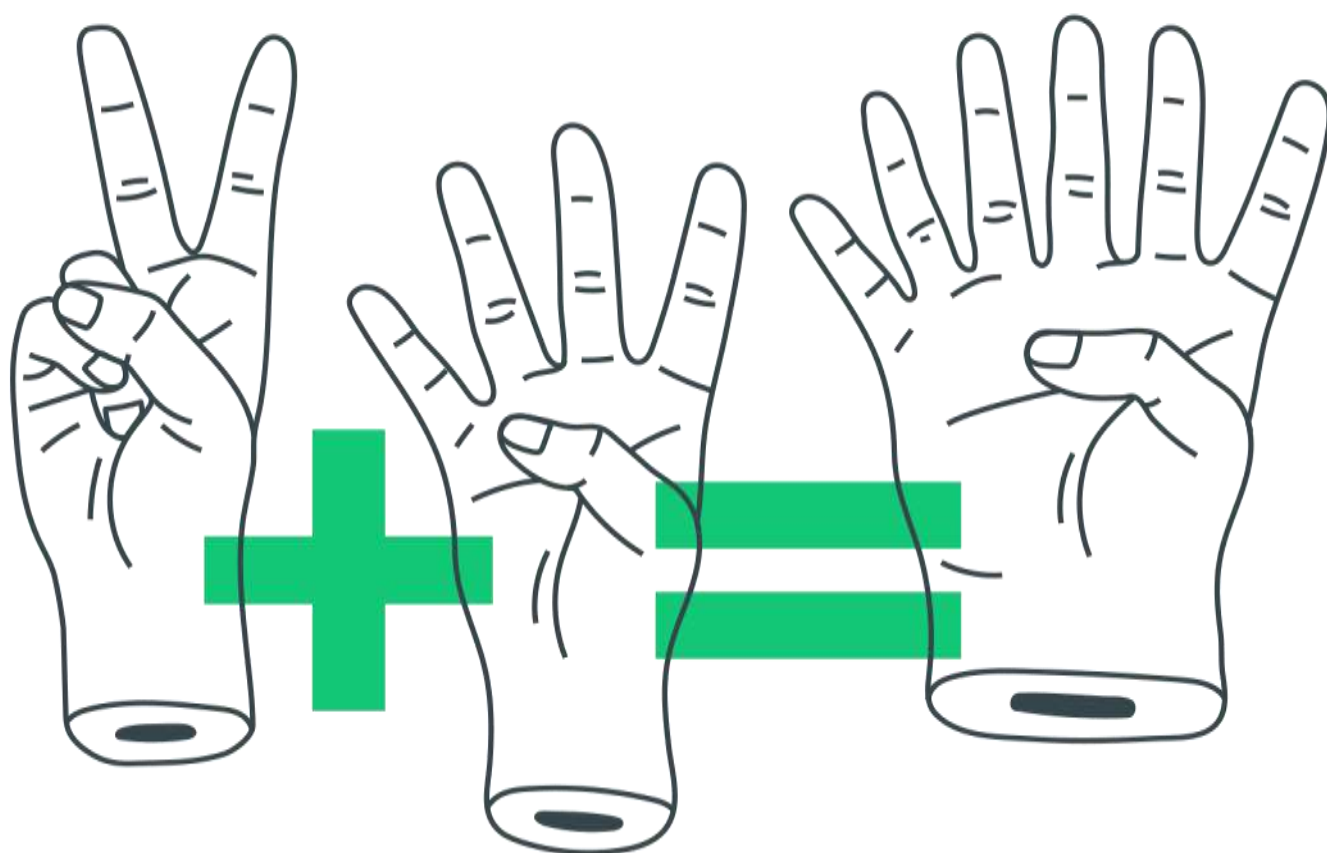


# Resoluções de Questões Específicas de Matemática



## #5 – Resoluções de Questões Específicas de Matemática

1. Em relação às proposições abaixo, é CORRETO afirmar que:

01. A função  $f: \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R} - \{2\}$  definida por  $f(x) = \frac{2x+3}{x-2}$  satisfaz  $(f \circ f)(x) = x$  para todo  $x \in \mathbb{R} - \{2\}$ . Se  $f^{-1}$  é a função inversa da  $f$ , então  $f^{-1}$  coincide com a  $f$ .

02. Considere a função  $g(x) = \begin{cases} 3x-2, & \text{se } x < 0 \\ 5x, & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$ . O domínio da função  $g$  é  $\mathbb{R}$  e o conjunto imagem é  $\mathbb{R}$ .

04. Se a função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  é definida por  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ , então  $f$  é decrescente e sobrejetiva. 08. Seja  $A \subset \mathbb{R}$  com  $A \neq \emptyset$ . Se  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$  é uma função estritamente crescente em  $A$ , então  $f$  é injetiva.

16. Considere a função definida por  $f(x) = \sqrt{x+a^2}$ , sendo  $a \in \mathbb{R}_+^*$ . Então,  $f(81) = 9 + a$ .

2. Em relação às proposições abaixo, é CORRETO afirmar que:

01. O quociente de um número racional por um número irracional é sempre um número irracional.

02. Se  $A = \{a, \{a\}\}$ , então  $\{a\} \in A$  e  $\{\{a\}\} \in A$ .

04. Não existe número inteiro que satisfaça a inequação  $\frac{x^2+1}{(3x-2) \cdot (5x-3)} \leq 0$ .

08. O conjunto solução da equação  $|2x-3| = -1$  é vazio.

16. Considere a função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = -|x| + 3$ . A área da região plana (fechada) delimitada pelo gráfico da função  $f$  e pelo eixo  $x$  é de 9 unidades de área.

3. Em relação às proposições abaixo, é CORRETO afirmar que:

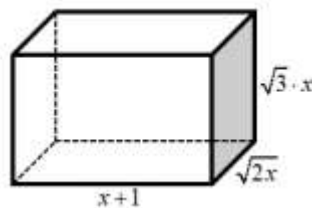
01. Em geral, o produto de matrizes não satisfaz a propriedade comutativa. Se  $A$  e  $B$  são quaisquer matrizes quadradas de ordem  $n$  ( $n \in \mathbb{R}_+^*$ ), então  $(A+B)^2 = A^2 + 2A \cdot B + B^2$ .

02. O sistema  $\begin{cases} 2x+4y-2z=0 \\ x+2y-z=0 \\ 3x-y+z=0 \end{cases}$  tem única solução.

04. Se  $f(x) = ax^2 + bx + c$  tal que  $f(0) = 1$ ,  $f(2) = 3$  e  $f(-1) = 3$ , então  $a + b + 3c$  um número ímpar.
08. Se  $A$  é uma matriz quadrada de ordem  $n \geq 2 (n \in \mathbb{N})$  com  $\det(A) = 5$  e  $B = 2A \cdot A^T$ , então  $\det(B) = 50$ .
16. Se  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  é uma matriz inversível, então  $\det(A^{-1}) = \frac{1}{ad - bc}$ .
32. Se  $A = (a_{ij})_{3 \times 2}$  com  $a_{ij} = 2i - 3j$ ,  $B = (b_{ij})_{2 \times 3}$  com  $b_{ij} = 2i + j$  e  $C = A \cdot B$ , então  $3c_{32} = 36$ .
4. Em relação às proposições abaixo, é CORRETO afirmar que:
01. Se  $\operatorname{sen}\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1}{3}$  então o valor de  $(\operatorname{sen} x + \cos x)$ , com  $x$  no primeiro quadrante, é  $\frac{7 + 4\sqrt{2}}{9}$ .
02. A função  $f(x) = \cos\left(\frac{x + \pi}{2}\right)$  é uma função par e tem período  $4\pi$ .
04. O menor valor assumido pela função  $g(x) = 2 + \operatorname{sen}(3x)$  é  $-1$ .
08. O valor de  $\sec\left(-\frac{13\pi}{3}\right)$  é  $\frac{1}{2}$ .
16. O domínio da função  $h(x) = \operatorname{tg}\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$  é o conjunto  $D = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ .
5. Em relação às proposições abaixo, é CORRETO afirmar que:
01. Um polinômio  $p(x)$ , com coeficientes reais, é tal que  $p(0) = 2$  e  $p(-1) = 3$ . Se  $r(x)$  é o resto da divisão de  $p(x)$  por  $x^2 + x$ , então  $r(7) = -5$ .
02. Considere a equação  $x^3 - 4x^2 + mx + 30 = 0$ , em que  $m$  é uma constante real. Se  $r_1 = 2$ ,  $r_2$  e  $r_3$  são as raízes dessa equação, então  $r_1 + r_2 + r_3$  é um número divisível por 2.
04. Se  $q(x)$  é o polinômio dado por  $q(x) = a^n x^n + a^{n-1} x^{n-1} + a^{n-2} x^{n-2} + \dots + a^2 x^2 + ax + 1$ , sendo  $a \in \mathbb{R} - \{1\}$ , então o valor de  $q(1)$  é  $\frac{a^n - 1}{a - 1}$ .
08. Sejam  $x$ ,  $y$  e  $z$  números reais positivos. O valor de  $A$  que satisfaz a expressão  $\log A = \frac{1}{5} \left[ 3 \log x - \frac{1}{2} \log y + \log(xz) \right]$  é  $\sqrt[5]{\frac{x^4 z}{\sqrt{y}}}$ .

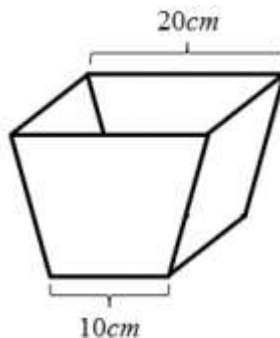
6. Em relação às proposições abaixo, é CORRETO afirmar que:

01. No paralelepípedo abaixo, a medida da sua diagonal é expressa por uma função quadrática.



02. Se um reservatório de água tem a forma de cilindro equilátero e seu diâmetro interno mede 4m, então, considerando  $\pi = 3,14$ , a capacidade desse reservatório é de 50.240L.

04. Um pequeno cesto de lixo tem a forma de tronco de pirâmide e suas dimensões internas estão indicadas na figura.



Se a altura do cesto é 15cm, então seu volume é  $3\ 350\text{cm}^3$ .

08. Um pote para guardar alimentos tem a forma de um prisma reto de base triangular. Sua base é um triângulo retângulo e suas dimensões formam uma progressão aritmética de razão 5cm. Se sua altura mede 10cm, então a área total desse prisma é  $2\ 750\text{cm}^2$ .

16. Um filtro de café tem a forma de um cone cuja medida interna de seu diâmetro é 20cm. Se a medida interna da geratriz é 26cm, então sua capacidade é menor que 2L.

## Gabarito

1.  $1 + 8 = 9$
2.  $4 + 8 + 16 = 28$
3.  $4 + 16 + 32 = 52$
4.  $1 = 1$
5.  $1 + 2 + 8 = 11$
6.  $2 + 4 = 6$