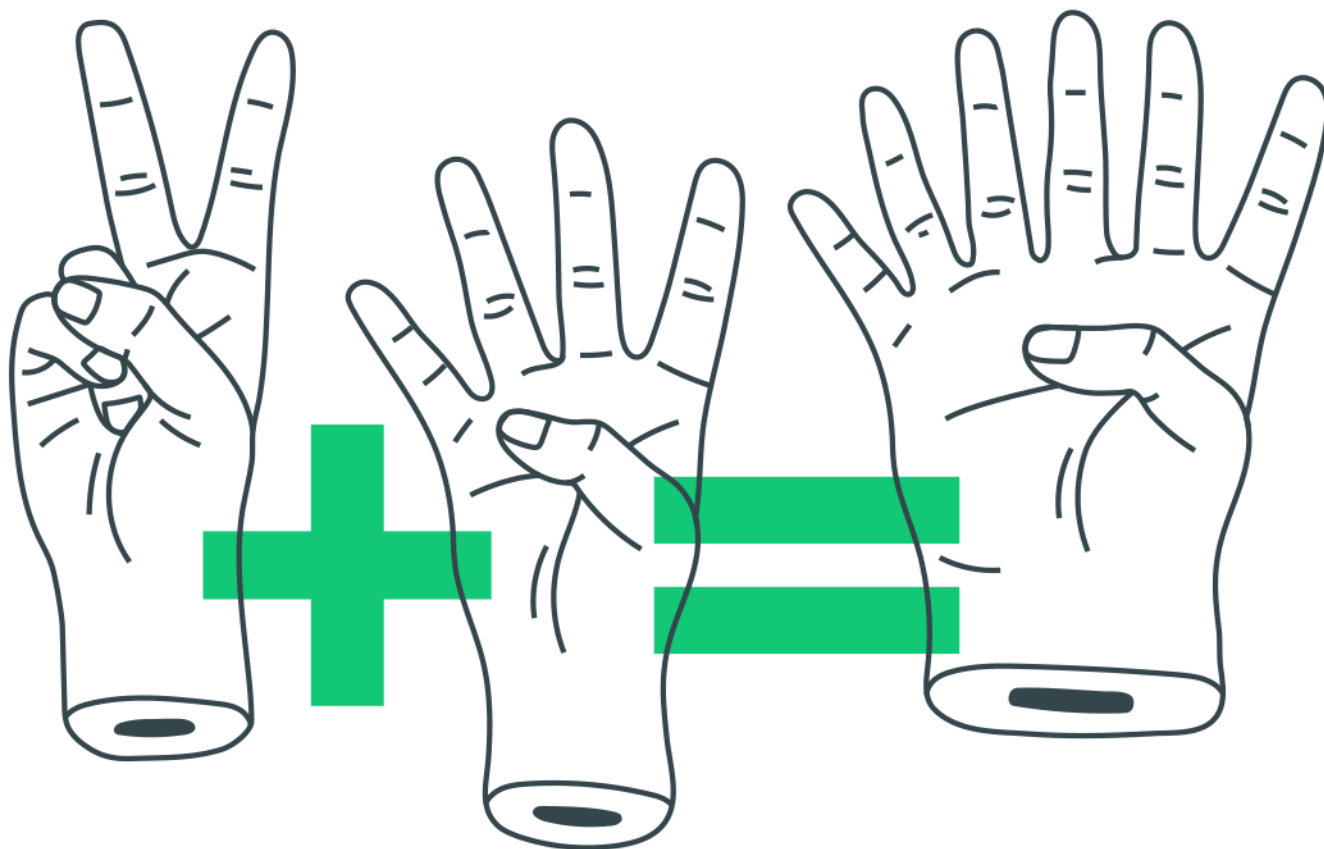
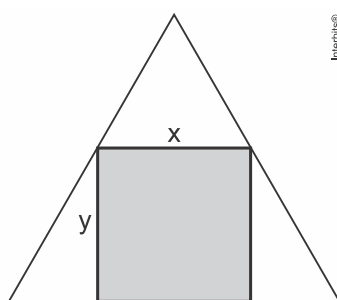


“Resolução de questões de provas específicas de Matemática - aula 1”



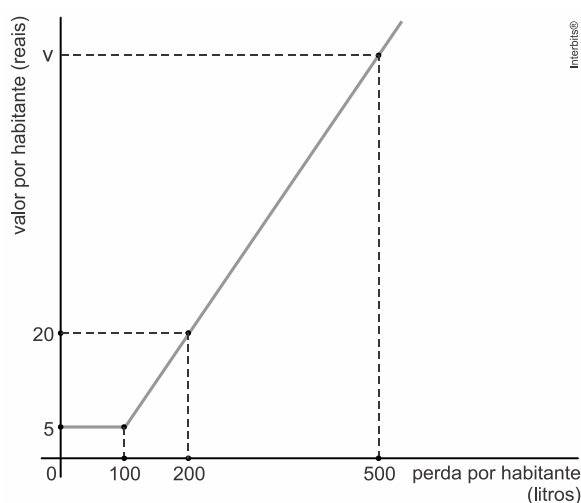
“Resolução de questões de provas específicas de Matemática - aula 1”

1. (Uerj 2016) Em um triângulo equilátero de perímetro igual a 6 cm , inscreve-se um retângulo de modo que um de seus lados fique sobre um dos lados do triângulo. Observe a figura:



Admitindo que o retângulo possui a maior área possível, determine, em centímetros, as medidas x e y de seus lados.

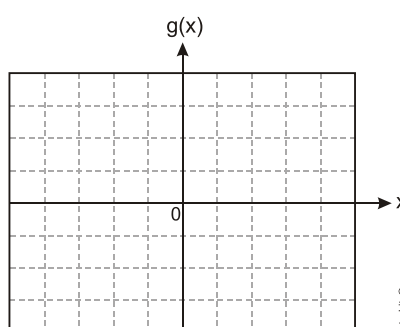
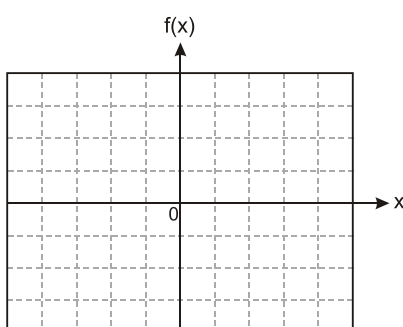
2. (Uerj 2016) O resultado de um estudo para combater o desperdício de água, em certo município, propôs que as companhias de abastecimento pagassem uma taxa à agência reguladora sobre as perdas por vazamento nos seus sistemas de distribuição. No gráfico, mostra-se o valor a ser pago por uma companhia em função da perda por habitante.



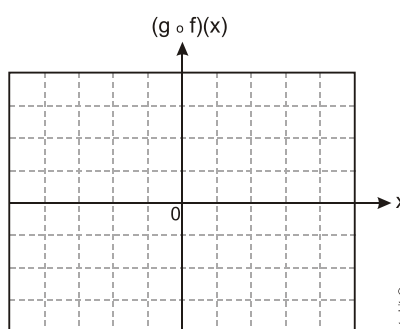
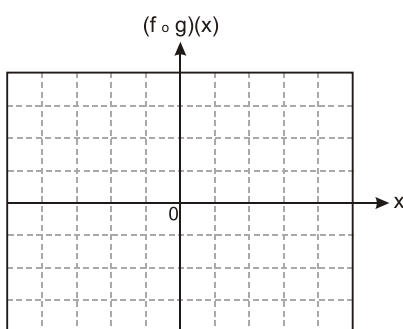
Calcule o valor V , em reais, representado no gráfico, quando a perda for igual a 500 litros por habitante.

3. (Ufpr 2014) Considere as funções f e g , definidas por $f(x) = x + 1$ e $g(x) = 2x \sin(x)$, com x real.

a) Esboce os gráficos de f e g .



b) Obtenha as expressões de $f \circ g$ e $g \circ f$ em função de x , e esboce o gráfico dessas duas funções compostas.



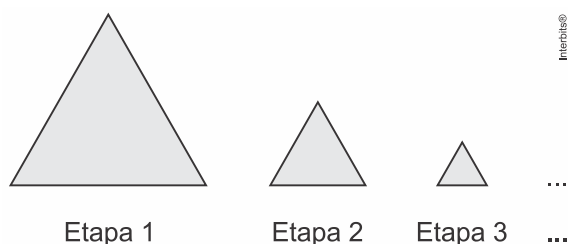
4. (Uemg 2016) O lucro de uma empresa é dado pela expressão matemática $L = R - C$, onde L é o lucro, C o custo da produção e R a receita do produto. Uma fábrica de tratores produziu n unidades e verificou que o custo de produção era dado pela função $C(n) = n^2 - 1000n$ e a receita representada por $R(n) = 5000n - 2n^2$.

Com base nas informações acima, a quantidade n de peças a serem produzidas para que o lucro seja máximo corresponde a um número do intervalo

- a) $580 < n < 720$
- b) $860 < n < 940$

- c) $980 < n < 1300$
d) $1350 < n < 1800$

5. . (Ufrgs 2016) Considere o padrão de construção representado pelos triângulos equiláteros abaixo.



O perímetro do triângulo da etapa 1 é 3 e sua altura é h ; a altura do triângulo da etapa 2 é metade da altura do triângulo da etapa 1; a altura do triângulo da etapa 3 é metade da altura do triângulo da etapa 2 e, assim, sucessivamente.

Assim, a soma dos perímetros da sequência infinita de triângulos é

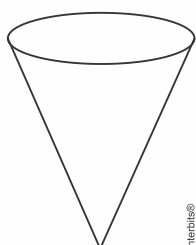
- a) 2.
b) 3.
c) 4.
d) 5.
e) 6.

6. (Ufrgs 2016) Considere as funções f e g , definidas respectivamente por $f(x) = 10x - x^2 - 9$ e $g(x) = 7$, representadas no mesmo sistema de coordenadas cartesianas. O gráfico da função g intercepta o gráfico da função f em dois pontos. O gráfico da função f intercepta o eixo das abscissas em dois pontos.

A área do quadrilátero convexo com vértices nesses pontos é

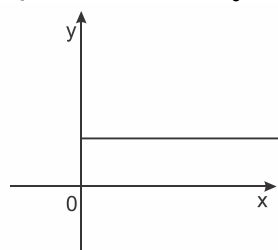
- a) 14.
b) 28.
c) 49.
d) 63.
e) 98.

7. (Ufrgs 2016) Um recipiente tem a forma de um cone com o vértice para baixo, como na figura a seguir.

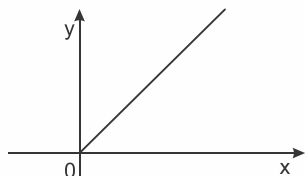


Para encher de água esse recipiente, será aberta uma torneira com vazão constante de água.

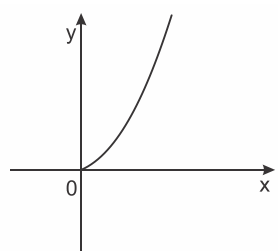
Assinale o gráfico abaixo que melhor representa a altura y que a água atinge, no recipiente, em função do tempo x .



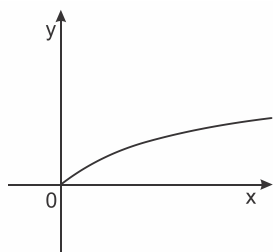
a)



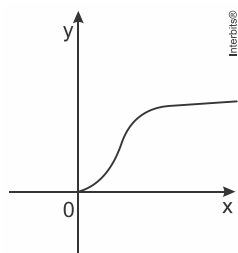
b)



c)



d)



e)

8. (Uece 2016) O preço de um automóvel novo da marca BLM é R\$ 60.000,00. A cada ano de uso, esse valor diminui 10% do preço do ano anterior.

Imediatamente após quatro anos de uso, o preço desse automóvel é

- a) menor do que R\$ 39.400,00.
- b) entre R\$ 39.400,00 e R\$ 42.100,00.
- c) entre R\$ 42.100,00 e R\$ 43.600,00.
- d) maior do que R\$ 43.600,00.

Gabarito

1. A medida do lado do triângulo equilátero é igual a $\frac{6}{3} = 2\text{cm}$. Logo, sua altura é $\frac{2 \cdot \sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\text{cm}$.

Além disso, o retângulo de base $x\text{cm}$ determina um triângulo equilátero de lado igual a $x\text{cm}$, com $0 < x < 2$. Por conseguinte, da semelhança dos triângulos equiláteros, vem

$$\frac{x}{2} = \frac{\sqrt{3} - y}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow x = \frac{2 \cdot (\sqrt{3} - y)}{\sqrt{3}}.$$

A área, A , do retângulo é dada por

$$\begin{aligned} A &= x \cdot y \\ &= \frac{2 \cdot (\sqrt{3} - y)}{\sqrt{3}} \cdot y \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{2}{\sqrt{3}} \left(y - \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2. \end{aligned}$$

Desde que a área é máxima, temos $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$ e $x = 1$.

2. Seja $V: [100, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ a função afim dada por $V(p) = a \cdot p + b$, com $V(p)$ sendo o valor a pagar por uma perda de p litros por habitante. Tem-se que

$$a = \frac{20 - 5}{200 - 100} = \frac{3}{20}.$$

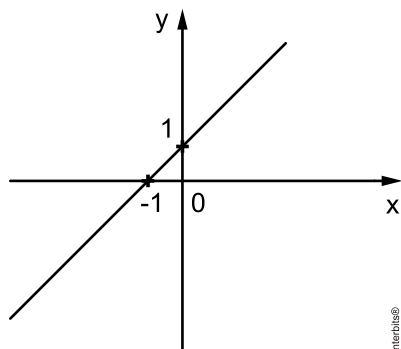
Logo, como $p(100) = 5$, vem

$$5 = \frac{3}{20} \cdot 100 + b \Leftrightarrow b = -10.$$

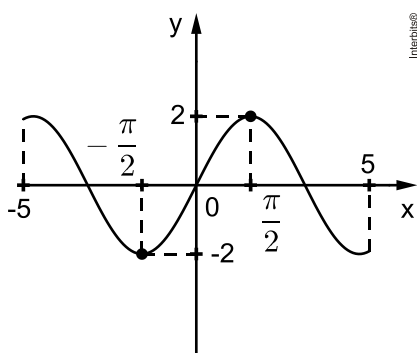
Portanto, segue que a resposta é

$$V(500) = \frac{3}{20} \cdot 500 - 10 = \text{R\$ } 65,00.$$

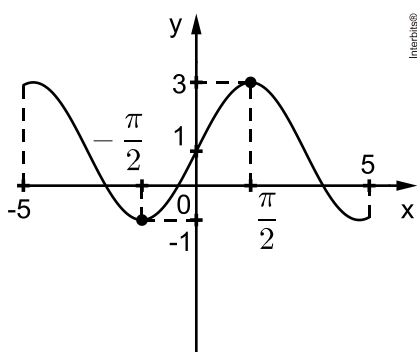
3. a) O zero e o valor inicial de f são, respectivamente, -1 e 1 . Logo, o gráfico de f é



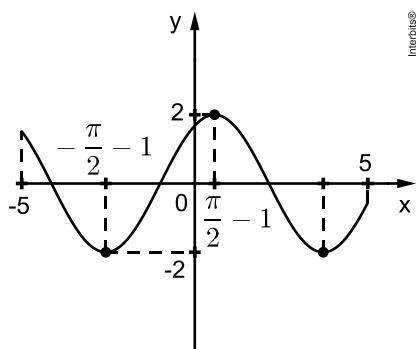
Considere a função $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, tal que $h(x) = \sin(x)$. Logo, $g(x) = 2 \cdot h(x)$ e, portanto, o gráfico da função g corresponde ao gráfico de h esticado verticalmente por um fator igual a 2.



b) O gráfico da função $f \circ g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, tal que $(f \circ g)(x) = 2\sin(x) + 1$, é obtido do gráfico de g por meio de uma translação vertical de 1 unidade no sentido positivo do eixo das ordenadas.



O gráfico da função $g \circ f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, tal que $(g \circ f)(x) = 2\sin(x+1)$, é obtido do gráfico de g por meio de uma translação horizontal de 1 unidade no sentido negativo do eixo das abscissas.



4. [C]

Tem-se que

$$L = 5000n - 2n^2 - (n^2 - 1000n) = 3000000 - 3(n - 1000)^2.$$

Portanto, deverão ser produzidas 1.000 peças para que o lucro seja máximo.

5. [E]

Considerando que os triângulos são todos semelhantes, os perímetros formam uma PG de razão $\frac{1}{2}$. A soma dos infinitos termos desta PG será dada por:

$$S_{\infty} = \frac{3}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{3}{\frac{1}{2}} = 6$$

6. [C]

Pontos de intersecção da função f com o eixo x :

$$-x^2 + 10x - 9 = 0$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{64}}{-2} \begin{cases} x = 1 \\ x = 9 \end{cases}$$

Portando, os pontos de intersecção são (1, 0) e (9, 0).

Pontos de intersecção da função f com a função g .

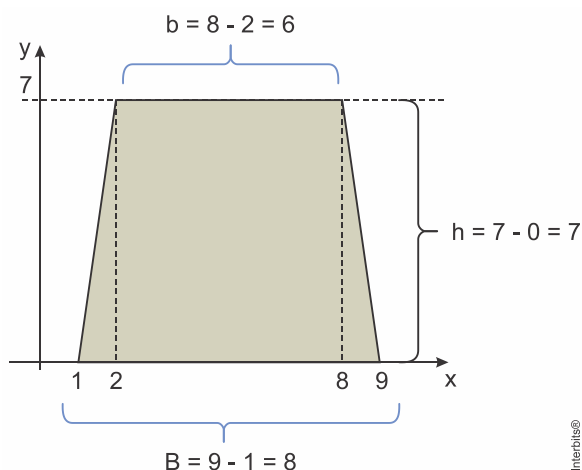
$$-x^2 + 10x - 9 = 7$$

$$-x^2 + 10x - 16 = 0$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{36}}{-2} \begin{cases} x = 2 \\ x = 8 \end{cases}$$

Portanto, os pontos são (2, 7) e (8, 7).

Calculando agora a área do trapézio formado com os vértices nestes quatros pontos.



$$A = \frac{(8+6) \cdot 7}{2} = 49$$

7.

[D]

A medida da altura irá aumentar com o tempo. Logo, o gráfico será estritamente crescente, porém, no início do processo a velocidade do aumento da altura será maior que a do final do processo. Portanto, o gráfico que atende a estas condições é o da opção [D].

8. [A]

O preço do automóvel após n anos de uso é dado por $60.000 \cdot (0,9)^n$. Portanto, após 4 anos, o preço será $60.000 \cdot (0,9)^4 = \text{R\$ } 39.366,00$, isto é, menor do que $\text{R\$ } 39.400,00$.