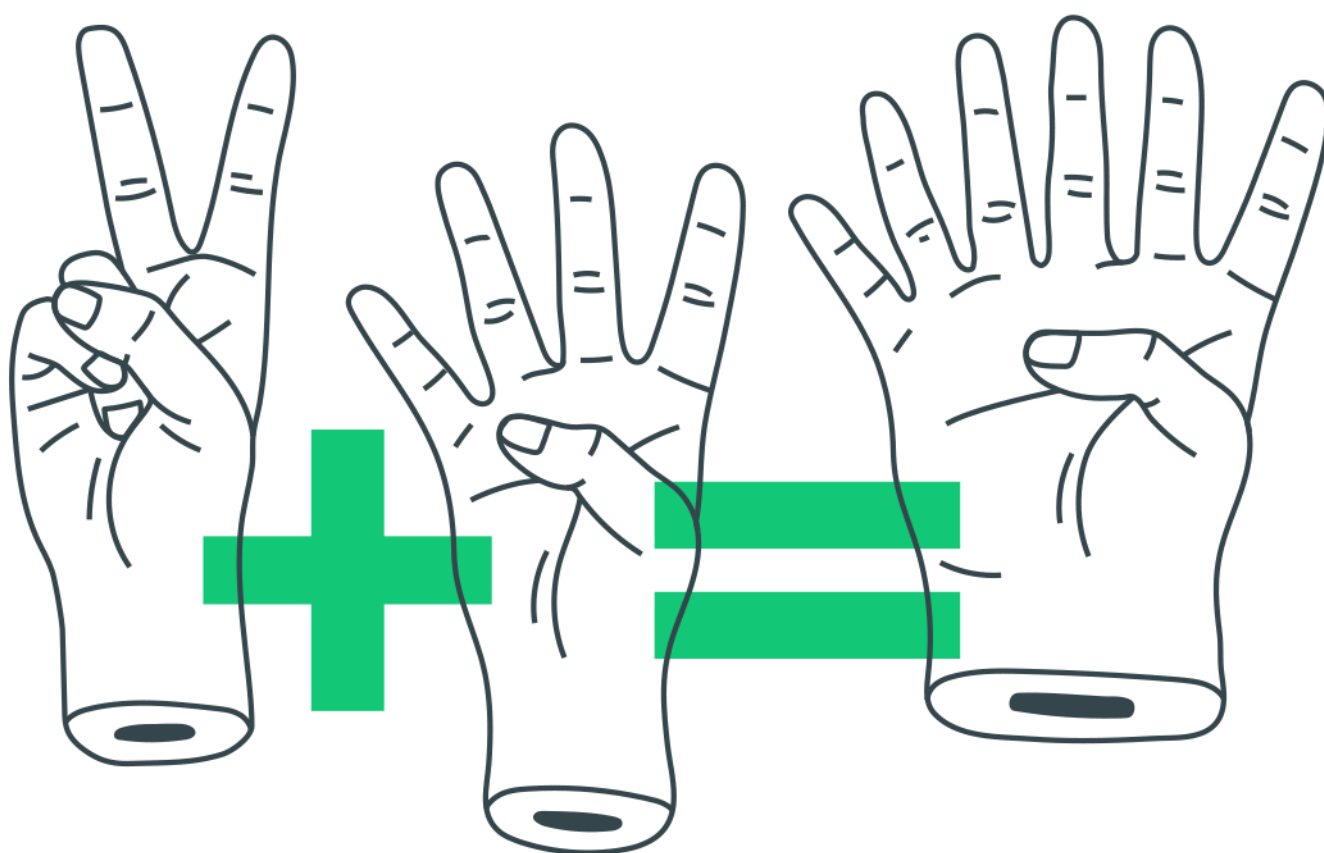


Progressões



#6 – Progressões

1. Dadas as sequências $a_n = n^2 + 4n + 4$, $b_n = 2^{n^2}$, $c_n = a_{n+1} - a_n$ e $d_n = \frac{b_{n+1}}{b_n}$, definidas para valores inteiros positivos de n , considere as seguintes afirmações:

- I. a_n é uma progressão geométrica;
- II. b_n é uma progressão geométrica;
- III. c_n é uma progressão aritmética;
- IV. d_n é uma progressão geométrica.

Classifique-as em verdadeiras ou falsas.

2. Seja $x > 0$ tal que a sequência $a_1 = \log_2 x$, $a_2 = \log_4 (4x)$, $a_3 = \log_8 (8x)$ forme, nessa ordem, uma progressão aritmética. Então, qual o valor de $a_1 + a_2 + a_3$?

3. Se $\log 2$, $\log (2^x - 1)$ e $\log (2^x + 3)$, nessa ordem, estão em progressão aritmética crescente, então qual é o valor de x ?

4. A figura indica o padrão de uma sequência de grades, feitas com vigas idênticas, que estão dispostas em posição horizontal e vertical. Cada viga tem 0,5m de comprimento. O padrão da sequência se mantém até a última grade, que é feita com um total de 136,5 metros lineares de vigas.



Qual é o comprimento do total de vigas necessárias para fazer a sequência de grades?

5. Seja (a, b, c, d) uma progressão geométrica (PG) de números reais, com razão $q \neq 0$ e $a \neq 0$.
a) Mostre que $x = -1/q$ é uma raiz do polinômio cúbico $p(x) = a + bx + cx^2 + dx^3$.

b) Sejam e e f números reais quaisquer e considere o sistema linear nas variáveis x e y , $\begin{pmatrix} a & c \\ d & b \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix}$. Determine para que valores da razão q esse sistema tem solução.

6. Dizemos que uma sequência de números reais não nulos $(a_1, a_2, a_3, a_4, \dots)$ é uma progressão harmônica se a sequência dos inversos $\left(\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_4}, \dots\right)$ é uma progressão aritmética (PA).

a) Dada a progressão harmônica $\left(\frac{2}{5}, \frac{4}{9}, \frac{1}{2}, \dots\right)$, encontre o seu sexto termo.

b) Sejam a , b e c termos consecutivos de uma progressão harmônica. Verifique que $b = \frac{2ac}{a+c}$.

Gabarito

1. F, F, V, V.
2. 7,5
3. $\log_2 5$
4. 4726 m
5. a) Demonstração.
b) $q \neq \pm 1$
6. a) $\frac{4}{5}$
b) Demonstração.