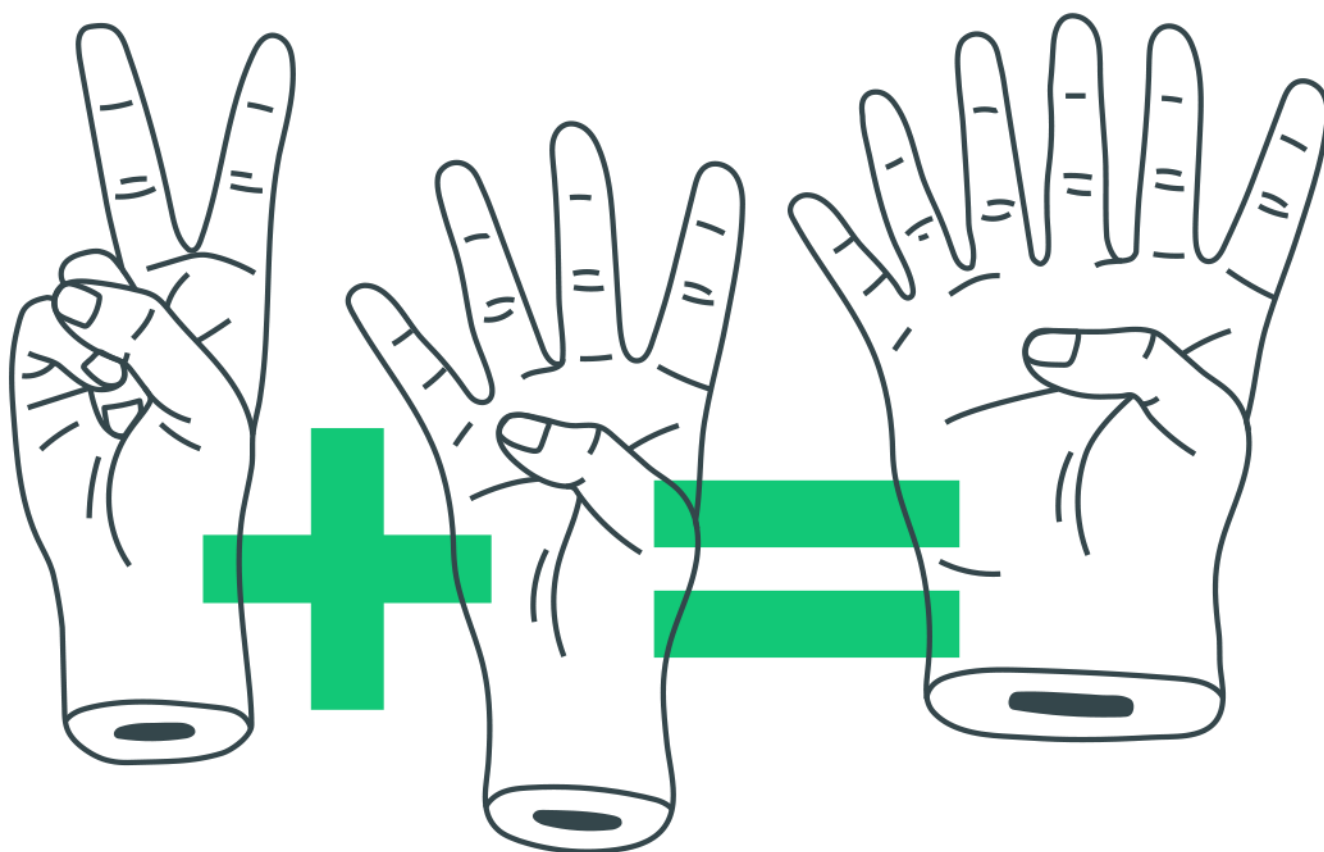


Situações-problema envolvendo grandezas



Revisando a matéria em 4 minutos!



Competência 4? Habilidade 16? O que isso tem a ver com o Enem?

Nessa competência, o candidato deve prestar atenção nas variações das grandezas entendendo como se aplica no cotidiano, ou seja, na situação criada. Essa habilidade nos exige saber como estudar essas variações de grandeza sabendo quando são diretamente ou inversamente proporcionais.

Competência 4

Construir noções de **variação de grandezas** para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

Habilidade 16

Resolver situação-problema envolvendo a variação de grandezas, **direta ou inversamente proporcionais**.



Proporcionalidade

$Y/X = K >$ diretamente proporcional

$Y \cdot X = K >$ inversamente proporcional

Duas grandezas são diretamente proporcionais quando a razão entre os valores de uma grandeza for igual à razão entre os valores da outra, ou seja, duas grandezas são diretamente proporcionais quando seu crescimento ou decréscimo são proporcionais. Quando uma aumenta, a outra aumenta proporcionalmente ou quando uma diminui, a outra diminui proporcionalmente.

Duas grandezas são inversamente proporcionais quando a razão entre os valores de uma grandeza for igual ao inverso da razão da segunda grandeza. Dessa forma, são inversamente proporcionais quando, ao aumentar uma grandeza, a outra diminui proporcionalmente, sendo assim, inversas.

Escala

Uma escala numérica é dada por uma razão que mostra tamanhos proporcionais. Uma escala é usada em maquetes, mapas e tudo que queremos diminuir proporcionalmente ao tamanho original. Numa escala, temos a razão do tamanho reduzido em relação ao tamanho real, por exemplo, num mapa de escala $1/2000$, temos que 1 cm no mapa equivale a 2000 cm na realidade.

Exemplo de regras de três direta e inversa

Uma regra de três é uma igualdade de razões de grandezas proporcionais. Ela pode ser diretamente proporcional ou inversamente proporcional. Quando ela é diretamente proporcional, igualamos as razões das duas grandezas. Porém, quando ela é inversamente proporcional, igualamos a razão da primeira grandeza ao inverso da razão da segunda grandeza.

Aumentos e descontos sucessivos

Em relação aos aumentos e descontos sucessivos, devemos tomar muito cuidado com o cálculo da porcentagem, pois esses aumentos ou descontos sucessivos não são sobre o mesmo valor, logo, não podemos relacionar diretamente as porcentagens. Por exemplo, se eu tenho uma TV que sofreu um aumento de 5% no primeiro mês e depois sofreu 15% no segundo mês, é errado falar que ela sofreu um aumento de 20%, visto que 5% foi um aumento sobre o valor inicial e os 15% foi um aumento em cima do novo valor já acrescido de 5%. O mesmo vale para os descontos.

Exercícios



De aula

1. O losango representado na Figura 1 foi formado pela união dos centros das quatro circunferências tangentes, de raios de mesma medida.

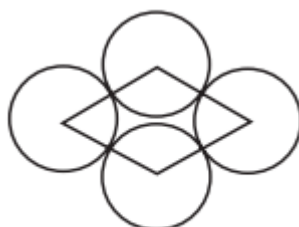


Figura 1

Dobrando-se o raio de duas das circunferências centradas em vértices opostos do losango e ainda mantendo-se a configuração das tangências, obtém-se uma situação conforme ilustrada pela Figura 2.

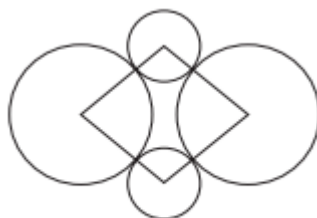


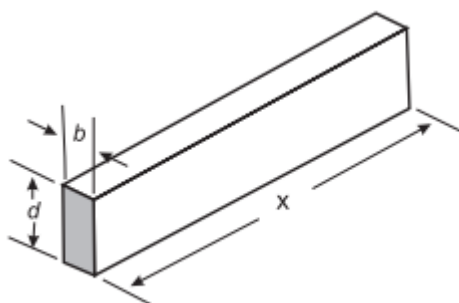
Figura 2

O perímetro do losango da Figura 2, quando comparado ao perímetro do losango da Figura 1, teve um aumento de

- a) 300%.
- b) 200%.
- c) 150%.
- d) 100%.
- e) 50%.

2. A resistência mecânica S de uma viga de madeira, em forma de um paralelepípedo retângulo, é diretamente proporcional à sua largura (b) e ao quadrado de sua altura (d) e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre os suportes da viga, que coincide

com o seu comprimento (x), conforme ilustra a figura. A constante de proporcionalidade k é chamada de resistência da viga.



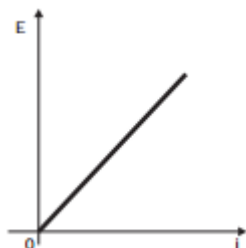
BUSHAW, D. et al. Aplicações da matemática escolar. São Paulo: Atual, 1997.

A expressão que traduz a resistência S dessa viga de madeira é

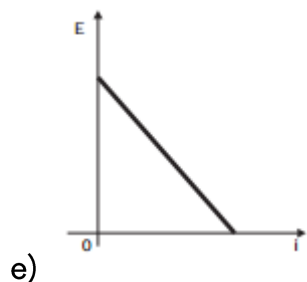
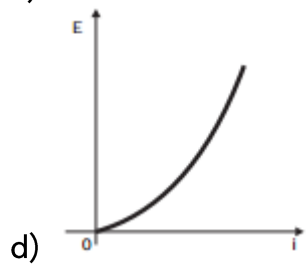
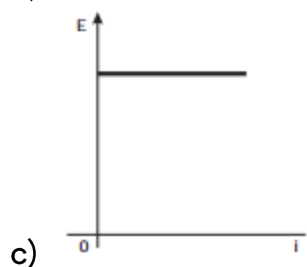
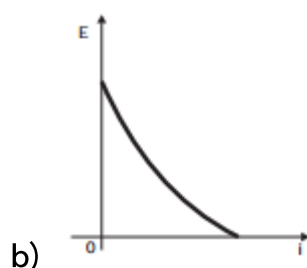
- a) $S = \frac{k \cdot b \cdot d^2}{x^2}$
- b) $S = \frac{k \cdot b \cdot d}{x^2}$
- c) $S = \frac{k \cdot b \cdot d^2}{x}$
- d) $S = \frac{k \cdot b^2 \cdot d}{x}$
- e) $S = \frac{k \cdot b \cdot 2d}{2x}$

3. Existem no mercado chuveiros elétricos de diferentes potências, que representam consumos e custos diversos. A potência (P) de um chuveiro elétrico é dada pelo produto entre sua resistência elétrica (R) e o quadrado da corrente elétrica (i) que por ele circula. O consumo de energia elétrica (E), por sua vez, é diretamente proporcional à potência do aparelho.

Considerando as características apresentadas, qual dos gráficos a seguir representa a relação entre a energia consumida (E) por um chuveiro elétrico e a corrente elétrica (i) que circula por ele?



a)



4. A cerâmica constitui-se em um artefato bastante presente na história da humanidade. Uma de suas várias propriedades é a retração (contração), que consiste na evaporação da água existente em um conjunto ou bloco cerâmico quando submetido a uma determinada temperatura elevada. Essa elevação de temperatura, que ocorre durante o processo de cozimento, causa uma redução de até 20% nas dimensões lineares de uma peça.

Disponível em: www.arq.ufsc.br. Acesso em: 3 mar. 2012.

Suponha que uma peça, quando moldada em argila, possuía uma base retangular cujos lados mediam 30 cm e 15 cm. Após o cozimento, esses lados foram reduzidos em 20%.

Em relação à área original, a área da base dessa peça, após o cozimento, ficou reduzida em

- a) 4%.
- b) 20%.
- c) 36%.
- d) 64%.
- e) 96%.



De casa

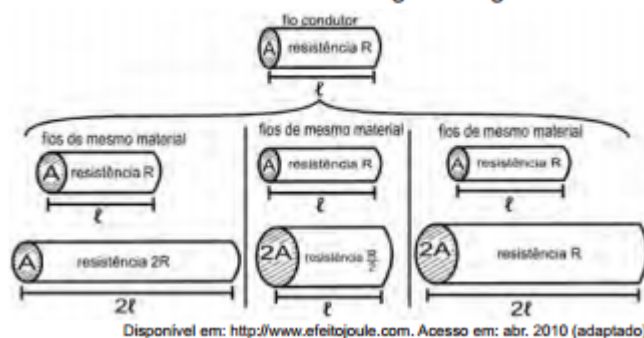
1.

A resistência elétrica e as dimensões do condutor

A relação da resistência elétrica com as dimensões do condutor foi estudada por um grupo de cientistas por meio de vários experimentos de eletricidade. Eles verificaram que existe proporcionalidade entre:

- resistência (R) e comprimento (ℓ), dada a mesma seção transversal (A);
- resistência (R) e área da seção transversal (A), dado o mesmo comprimento (ℓ) e
- comprimento (ℓ) e área da seção transversal (A), dada a mesma resistência (R).

Considerando os resistores como fios, pode-se exemplificar o estudo das grandezas que influem na resistência elétrica utilizando as figuras seguintes.



Disponível em: <http://www.efetojoule.com>. Acesso em: abr. 2010 (adaptado).

As figuras mostram que as proporcionalidades existentes entre resistência (R) e comprimento (ℓ), resistência (R) e área da seção transversal (A), e entre comprimento (ℓ) e área da seção transversal (A) são, respectivamente

- a) direta, direta e direta.
- b) direta, direta e inversa.
- c) direta, inversa e direta.
- d) inversa, direta e direta.
- e) inversa, direta e inversa.

2. Muitos processos fisiológicos e bioquímicos, tais como batimentos cardíacos e taxa de respiração, apresentam escalas construídas a partir da relação entre superfície e massa (ou volume) do animal. Uma dessas escalas, por exemplo, considera que “o cubo da área S da superfície de um mamífero é proporcional ao quadrado de sua massa M ”.

HUGHES-HALLETT, D. et al. Cálculo e aplicações. São Paulo: Edgard Blücher, 1999 (adaptado).

Isso é equivalente a dizer que, para uma constante $k > 0$, a área S pode ser escrita em função de M por meio da expressão:

- a) $S = k \cdot M$
- b) $S = k \cdot M^{\frac{1}{3}}$
- c) $S = k^{\frac{1}{3}} \cdot M^{\frac{1}{3}}$
- d) $S = k^{\frac{1}{3}} \cdot M^{\frac{2}{3}}$
- e) $S = k^{\frac{1}{3}} \cdot M^2$

3. Um carpinteiro fabrica portas retangulares maciças, feitas de um mesmo material. Por ter recebido de seus clientes pedidos de portas mais altas, aumentou sua altura em $\frac{1}{8}$, preservando suas espessuras. A fim de manter o custo com o material de cada porta, precisou reduzir a largura. A razão entre a largura da nova porta e a largura da porta anterior é

- a) $\frac{1}{8}$
- b) $\frac{7}{8}$
- c) $\frac{8}{7}$
- d) $\frac{8}{9}$
- e) $\frac{9}{8}$

4. Cerca de 20 milhões de brasileiros vivem na região coberta pela caatinga, em quase 800 mil km^2 de área. Quando não chove, o homem do sertão e sua família precisam caminhar

quilômetros em busca da água dos açudes. A irregularidade climática é um dos fatores que mais interferem na vida do sertanejo.

Disponível em: <http://www.wwf.org.br>. Acesso em: 23 abr. 2010.

Segundo este levantamento, a densidade demográfica da região coberta pela caatinga, em habitantes por km^2 , é de

- a) 250.
- b) 25.
- c) 2,5.
- d) 0,25.
- e) 0,025.

5. Nos últimos cinco anos, 32 mil mulheres de 20 a 24 anos foram internadas nos hospitais do SUS por causa de AVC. Entre os homens da mesma faixa etária, houve 28 mil internações pelo mesmo motivo.

Época. 26 abr. 2010 (adaptado).

Suponha que, nos próximos cinco anos, haja um acréscimo de 8 mil internações de mulheres e que o acréscimo de internações de homens por AVC ocorra na mesma proporção.

De acordo com as informações dadas, o número de homens que seriam internados por AVC, nos próximos cinco anos, corresponderia a

- a) 4 mil.
- b) 9 mil.
- c) 21 mil.
- d) 35 mil.
- e) 39 mil.

Gabarito



De aula

1. E
2. A
3. D
4. C



De casa

1. C

Na primeira figura, mantendo-se a secção transversal constante e dobrando-se o comprimento (λ) do fio, a resistência (R) dobra. Assim, a proporcionalidade entre λ e R é direta.

Na segunda, mantendo-se o comprimento constante e dobrando-se a área da secção transversal (A), a resistência (R) fica dividida por dois. Assim, a proporcionalidade entre A e R é inversa.

Já na terceira, mantendo-se a resistência constante e dobrando-se o comprimento (λ) do fio, a área da secção transversal (A) dobra. Assim, a proporcionalidade entre λ e A é direta. Logo, temos direta, inversa e direta.

2. D

Se o cubo da área S é proporcional ao quadrado do volume M, então podemos escrever a seguinte relação:

$$S^3 = k.M^2 \Rightarrow S = \sqrt[3]{k.M^2} \Rightarrow S = k^{1/3} \cdot M^{2/3}$$

3. D

Sendo a porta de largura “x” e comprimento “y”, temos sua área $A = x.y$

Para manter o custo do material o mesmo, após a mudança na altura, temos:

$A' = (x + x/8).y'$, sendo y' o novo comprimento.

Como queremos a mesma área, temos:

$$(x + x/8).y' = x.y$$

$$\frac{9}{8} \cdot x \cdot y' = x \cdot y$$

$$\frac{9}{8} \cdot y' = y$$

$$y' = \frac{8}{9} \cdot y$$

$$y'/y = 8/9$$

4. B

$$20 \text{ milhões} = 20 \cdot 10^6$$

Fazendo a razão dessa quantidade de habitantes pela área, temos:

$$20 \cdot 10^6 / 8 \cdot 10^5 = 200 / 8 = 25.$$

5. D

Como queremos o aumento na mesma proporção, temos:

$$32 \text{ ----- } 32 + 8$$

$$28 \text{ ----- } h$$

$$32 / 40 = 28 / h$$

$$32 h = 40 \cdot 28$$

$$H = 35$$

Continue estudando

[Exercícios sobre Grandezas Proporcionais](#)

[Porcentagem e Juros](#)