

Exercícios de Revisão: Funções Exponencial e Logarítmica



Exercícios de Revisão: Funções Exponencial e Logarítmica

1. A pressão atmosférica p varia com a altitude h segundo a lei $h = a + b \cdot \log p$, onde a e b são constantes. Medindo a altura h em metros, a partir do nível do mar, e medindo a pressão p em atmosferas, os valores das constantes a e b satisfarão:
 - a) $a < 0$ e $b > 0$
 - b) $a < 0$ e $b < 0$
 - c) $a = 0$ e $b < 0$
 - d) $a > 0$ e $b < 0$
 - e) $a > 0$ e $b > 0$

2. O número real x que satisfaz a equação $\log_2 (12 - 2^x) = 2x$ é:
 - a) $\log_2 5$
 - b) $\log_2 \sqrt{3}$
 - c) 2
 - d) $\log_2 \sqrt{5}$
 - e) $\log_2 3$

3. Pressionando a tecla 'Log' de uma calculadora, aparece no visor o logaritmo decimal do número que estava antes no visor. Digita-se inicialmente o número 88888888 (oito oitos). Quantas vezes a tecla 'Log' precisa ser pressionada para que apareça mensagem de erro?
 - a) 2.
 - b) 4.
 - c) 6.
 - d) 8.
 - e) 10.

4. Seja x um número real, $16 < x < 81$. Então:
 - a) $\log_3 x < \log_2 x$
 - b) $\log_2 x < \log_3 x$
 - c) $\log_x 2 = \log_x 3$
 - d) $\log_2 x^3 = 1$
 - e) $\log_3 x^2 = 10$

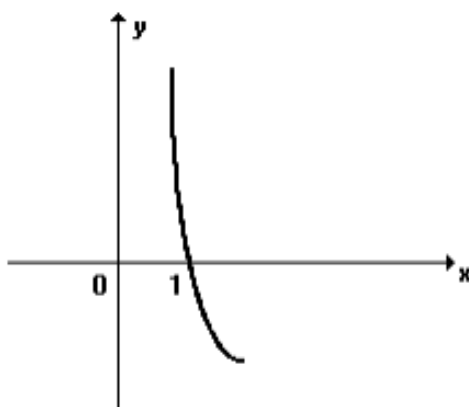
5. Sabendo-se que $5^n = 2$, podemos concluir que $\log_2 100$ é igual a:

- a) $2/n$
- b) $2n$
- c) $2 + n^2$
- d) $2 + 2n$
- e) $(2 + 2n)/n$

6. Supondo que exista, o logaritmo de a na base b é

- a) o número ao qual se eleva a para se obter b .
- b) o número ao qual se eleva b para se obter a .
- c) a potência de base b e expoente a .
- d) a potência de base a e expoente b .
- e) a potência de base 10 e expoente a .

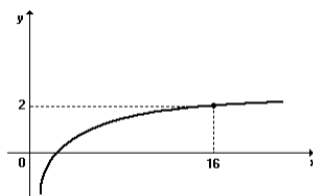
7. O gráfico representa a função $y = b \cdot \log_i x$.



É CORRETO afirmar:

- a) $i > 0$ e $b < 0$
- b) $0 < i < 1$ e $b < 0$
- c) $i > 1$ e $b > 0$
- d) $0 < i < 1$ e $b > 0$
- e) $i < 0$ e $b > 1$

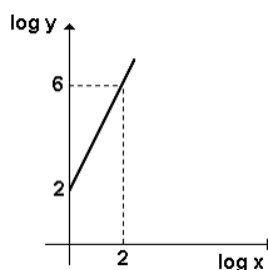
8. Observe a figura.



Nessa figura, está representado o gráfico de $f(x) = \log_n x$. O valor de $f(128)$ é:

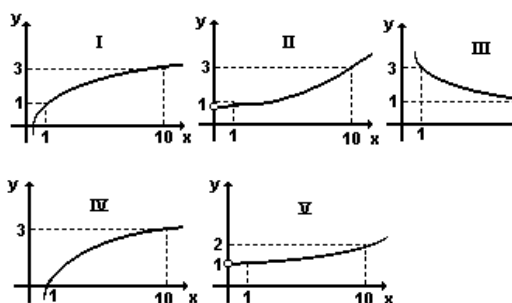
- a) $5/2$
- b) 3
- c) $7/2$
- d) 7

9. Sejam x e y duas quantidades. O gráfico abaixo expressa a variação de $\log y$ em função de $\log x$, onde \log é o logaritmo na base decimal.



Determine uma relação entre x e y que não envolva a função logaritmo.

10. Observe os gráficos abaixo:



A expressão gráfica da função $y = \log(10x^2)$, $x > 0$, é dada por

- a) I
- b) II
- c) III
- d) IV
- e) V

Vem que tem mais!

A História dos Logaritmos

O desenvolvimento dos logaritmos nasceu da necessidade de simplificação de alguns cálculos matemáticos, principalmente por conta do desenvolvimento da Astronomia e da expansão do comércio causada pelas grandes navegações. Uma maior intensidade nesse desenvolvimento se deu entre os séculos XVI e XVII e os logaritmos surgiram como meios de cálculos, que transformavam complexas operações de multiplicação e divisão em simples operações de adição e subtração.

A invenção do logaritmo

O inventor dos logaritmos foi o escocês John Neper (1550-1617). Mais conhecido por Napier, ele não foi o único de sua época a apresentar desenvolvimentos no campo dos logaritmos, alguns outros matemáticos também apresentaram propostas idênticas à sua.

A proposta de Napier baseou-se numa propriedade já conhecida à época, a multiplicação de potências de mesma base: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, que em linguagem simples quer dizer que a multiplicação de duas potências de mesma base resulta em uma outra potência, formada pela conservação de uma das bases anteriores e elevada ao expoente que resulta da soma dos dois expoentes das potências anteriores.

John Neper

John Neper (Napier) não foi um matemático profissional. Ele era dono de várias propriedades na Escócia, onde administrava os seus bens enquanto escrevia sobre vários assuntos. Prova da versatilidade dele foi a afirmação que ele fez no Livro das Revelações, dizendo que o papa em Roma era o anticristo. Não eram todos os temas da matemática que despertavam o interesse de Napier, especialmente os assuntos ligados à computação e a trigonometria lhes chamava atenção.

Segundo depoimentos do próprio Napier, até que os resultados de suas descobertas sobre os logaritmos fossem publicadas pela primeira vez passaram-se vinte anos, portanto, uma vida dedicada a este assunto. Este fato remete a origem das ideias logarítmicas de Napier ao ano de 1594. Movido por observações das sequências de potências sucessivas, publicadas cinquenta anos antes por Stifel e também nas obras de Arquimedes, ele deparou-se com a evidência de que as somas ou diferenças dos índices das potências eram na verdade produtos ou quocientes das potências dadas, mas com uma particularidade nas sequências de potências inteiras de mesma base, a exemplo do 2, que não poderia ser usada para computações, devido as imprecisões geradas por interpolações realizadas em grandes lacunas entre os termos sucessivos.

Fonte: <http://www.infoescola.com/>

Você conhece o método usado por Neper e a famosa tabela que ele criou? Sabe como eles funcionam?

Gabarito

1. C
2. E
3. B
4. A
5. E
6. B
7. D
8. C
9. $y = 100x^2$
10. A

Gabarito “Vem que tem mais”!

O método de Napier

Para melhor compreensão do método de Napier, atente-se na tabela que se segue. Os números da primeira linha são os expoentes, enquanto a segunda linha contém as potências de 2 correspondentes a esses expoentes. Segundo a tabela, podemos calcular produtos complicados, como 32×512 , operando com uma simples operação de adição.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048	4096	8192	16384	32768

Diagram illustrating the method of Napier:

- A blue box above the table shows the addition: $5 + 9 = 14$. Arrows point from the 5th column (32) and the 9th column (512) to the 14th column (16384).
- A green box below the table shows the multiplication: $16 \times 512 = 16384$. Arrows point from the 4th column (16) and the 9th column (512) to the 14th column (16384).

O que Napier fez foi uma tabela similar a esta, com a ideia de ter facilitado o cálculo de dois números quaisquer. Porém, ele precisaria que a sequência de números da segunda linha fosse formada por números cuja razão se aproximasse de 1, ou seja, ele estava buscando reduzir as lacunas entre os números da segunda linha, o que lhe daria maioria chances de encontrar

quaisquer que fosse o produto procurado. Na tabela exemplificada anteriormente a razão é 2, isso gera grandes lacunas entre os números dessa sequência.

Napier solucionou o problema das lacunas utilizando a razão $\left(1 - \frac{1}{10^7}\right)$ com resultado aproximado a 0,9999999 e para resolver o problema dessas casas decimais que se repetem, ele resolveu multiplicar as potências obtidas com essa razão por 10^7 . A tabela que ele propôs, como reflexo dessas conclusões, foi formada, na primeira linha, pelos expoentes L e na segunda por números N, ficando na forma seguinte:

$$N = 10^7 \left(1 - \frac{1}{10^7}\right)^L$$

O expoente L foi por ele chamado de logaritmo de N, sendo a palavra logaritmo devida do latim, onde logos = razão e aritmos = número. O Método dos Logaritmos significava para Napier o desejo de expressar a criação de um método de cálculo a partir de razões numéricas ou da proporção de números. Perceba que fazendo $L = 0$ obteremos $N = 10^7$, o que quer dizer que, para Napier, o logaritmo de $10^7 = 1$. Em 1614 John Neper publicou o resultado de suas descobertas no livro *Mirifici logarithmorum canonis descriptio* (Descrição do maravilhoso método dos logaritmos).

É importante lembrar que Neper principiou a sua obra com explicações que utilizavam termos geométricos. Ele não pensou uma base para o seu sistema, basicamente escrevendo multiplicações repetidas que equivaliam a 0,9999999.

Fonte: <http://www.infoescola.com>