

Equações e Inequações de 1º e 2º Graus



Equações e Inequações de 1º e 2º Graus

1. Uma escola recebeu do governo uma verba de R\$ 1000,00 para enviar dois tipos de folhetos pelo correio. O diretor da escola pesquisou que tipos de selos deveriam ser utilizados. Concluiu que, para o primeiro tipo de folheto, bastava um selo de R\$ 0,65 enquanto para folhetos do segundo tipo seriam necessários três selos, um de R\$ 0,65, um de R\$ 0,60 e um de R\$ 0,20. O diretor solicitou que se comprassem selos de modo que fossem postados exatamente 500 folhetos do segundo tipo e uma quantidade restante de selos que permitisse o envio do máximo possível de folhetos do primeiro tipo.

Quantos selos de R\$ 0,65 foram comprados?

- a) 476
- b) 675
- c) 923
- d) 965
- e) 1 538

2. Embora o Índice de Massa Corporal (IMC) seja amplamente utilizado, existem ainda inúmeras restrições teóricas ao uso e às faixas de normalidade preconizadas. O Recíproco do Índice Ponderal (RIP), de acordo com o modelo alométrico, possui uma melhor fundamentação matemática, já que a massa é uma variável de dimensões cúbicas e a altura, uma variável de dimensões lineares. As fórmulas que determinam esses índices são:

$IMC = \frac{\text{massa (kg)}}{[\text{altura (m)}]^2}$	$RIP = \frac{\text{altura (cm)}}{\sqrt[3]{\text{massa (kg)}}}$
---	--

ARAUJO, C. G. S.; RICARDO, D. R. Índice de Massa Corporal: Um Questionamento Científico Baseado em Evidências. Arq. Bras. Cardiologia, volume 79, nº 1, 2002 (adaptado).

Se uma menina, com 64 kg de massa, apresenta IMC igual a 25 kg/m^2 , então ela possui RIP igual a

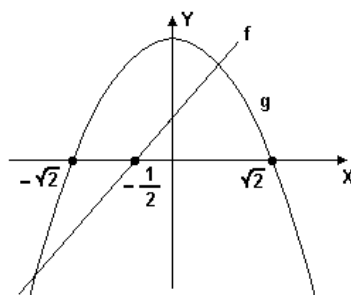
- a) $0,4 \text{ cm/kg}^{1/3}$.
- b) $2,5 \text{ cm/kg}^{1/3}$.
- c) $8 \text{ cm/kg}^{1/3}$.
- d) $20 \text{ cm/kg}^{1/3}$.
- e) $40 \text{ cm/kg}^{1/3}$.

3. Um grupo de 50 pessoas fez um orçamento inicial para organizar uma festa, que seria dividido entre elas em cotas iguais. Verificou-se ao final que, para arcar com todas as despesas, faltavam R\$ 510,00, e que 5 novas pessoas haviam ingressado no grupo. No acerto foi decidido que a despesa total seria dividida em partes iguais pelas 55 pessoas. Quem não havia ainda contribuído pagaria a sua parte, e cada uma das 50 pessoas do grupo inicial deveria contribuir com mais R\$ 7,00.

De acordo com essas informações, qual foi o valor da cota calculada no acerto final para cada uma das 55 pessoas?

- a) R\$ 14,00.
- b) R\$ 17,00.
- c) R\$ 22,00.
- d) R\$ 32,00.
- e) R\$ 57,00.

4. Sabe-se que o polinômio $P(x) = -2x^3 - x^2 + 4x + 2$ pode ser decomposto na forma $P(x) = (2x + 1) \cdot (-x^2 + 2)$. Representando as funções reais $f(x) = 2x + 1$ e $g(x) = -x^2 + 2$, num mesmo sistema de coordenadas cartesianas, obtém-se o gráfico a seguir:



Tendo por base apenas o gráfico, é possível resolver a inequação $-2x^3 - x^2 + 4x + 2 < 0$.

Todos os valores de x que satisfazem a essa inequação estão indicados na seguinte alternativa:

- a) $x < -\sqrt{2}$ ou $x > -\frac{1}{2}$
- b) $x < -\sqrt{2}$ ou $x > \sqrt{2}$
- c) $x < -\sqrt{2}$ ou $-\frac{1}{2} < x < \sqrt{2}$
- d) $-\sqrt{2} < x < -\frac{1}{2}$ ou $x > \sqrt{2}$

5. Uma empresa do estado do Ceará patrocinou uma exposição de um pintor cearense no espaço cultural da Universidade de Fortaleza. A direção do espaço cultural fez duas pequenas exigências para a realização do evento:

- 1ª exigência – A área de cada quadro deve ser, no mínimo, de 3200cm^2 e, no máximo, de 6000cm^2 .
- 2ª exigência – Os quadros precisam ser retangulares e a altura de cada um deve ter 40cm a mais que a largura.

Nestas condições, podemos concluir que o menor e o maior valor possível da largura (em cm) são respectivamente:

- a) 40 e 80.
- b) 60 e 80.
- c) 40 e 60.
- d) 45 e 60.
- e) 50 e 70.

6. Seja x o número inteiro não nulo que satisfaz a inequação: $4x < 2x + 1 \leq 3x + 2$. O valor de x^2 é igual a:

- a) 0
- b) 1
- c) 4
- d) 9
- e) 16

7. A diferença entre o comprimento x e a largura y de um retângulo é de 2 cm. Se a sua área é menor ou igual a 24 cm^2 , então, o valor de x , em cm, será:

- a) $0 < x < 6$
- b) $0 < x \leq 4$
- c) $2 < x \leq 6$
- d) $2 < x < 6$
- e) $2 < x \leq 4$

8. O conjunto de todos os valores de m para os quais a função abaixo está definida e é não negativa para todo x real é:

$$f(x) = \frac{x^2 + (2m + 3)x + (m^2 + 3)}{\sqrt{x^2 + (2m + 1)x + (m^2 + 2)}}$$

- a) $\left[\frac{1}{4}, \frac{7}{4} \right[$
b) $\left[\frac{1}{4}, \infty \right[$
c) $\left] 0, \frac{7}{4} \right[$
d) $\left] -\infty, \frac{1}{4} \right]$
e) $\left] \frac{1}{4}, \frac{7}{4} \right[$

9. Um casal tem filhos e filhas. Cada filho tem o número de irmãos igual ao número de irmãs. Cada filha tem o número de irmãos igual ao dobro do número de irmãs. Qual é o total de filhos e filhas do casal?

- a) 3
b) 4
c) 5
d) 6
e) 7

10. Duas empreiteiras farão conjuntamente a pavimentação de uma estrada, cada uma trabalhando a partir de uma das extremidades. Se uma delas pavimentar $\frac{2}{5}$ da estrada e a outra os 81km restantes, a extensão dessa estrada é de:

- a) 125 km.
b) 135 km.
c) 142 km.
d) 145 km.
e) 160 km.

Vem que tem mais!

A primeira equação que a maioria de nós aprende é o sinônimo de simplicidade:

$$1 + 1 = 2$$

Tão elementar e ao mesmo tempo tão poderosa! Ela resume a própria definição de adição: uma unidade mais outra unidade é igual a duas unidades. É poderosa, também, porque tem o formato de todas as outras equações: em aritmética, na matemática como um todo, na física e em outras áreas da ciência. Ela nos mostra a arrumação de alguns objetos que possuem um tipo particular de relação entre si. Esta pequena mas fundamental equação nos abre tantas portas que até parece uma varinha mágica. É virtualmente o portal de entrada para o conhecimento – o primeiro passo, a base para todos os milhares de passos que virão a seguir. Richard Harrisson, poeta e professor de inglês no Mount Royal College, em Calgary, Canadá, certa vez me escreveu esta profunda reflexão:

1 + 1 = 2 é o conto de fadas da matemática, a primeira equação que eu ensinei ao meu filho, a primeira expressão do poder milagroso que a mente tem de mudar o mundo real. Eu me lembro de meu filho com os indicadores em riste – os dedos “um” – quando aprendeu a expressão, e aquele momento de maravilha, talvez seu primeiro pensamento filosófico, quando ele percebeu que os dedos, separados por seu próprio corpo, poderiam ser unidos num só conceito por sua mente. ... Quando vi a mente do meu filho se abrir e entender que “1 + 1” era mais que apenas “1 + 1”, percebi aquela pequena equação como a chave que meu filho tinha, não para entender o maravilhoso no mundo lá fora, mas para o que era maravilhoso nele mesmo e em todos nós.

A descrição de Harrisson nos mostra que aprender uma equação, pelo menos uma equação tão fundamental quanto $1 + 1$, é na verdade uma espécie de jornada. É uma viagem em três estágios. Começamos inocentemente alheios à equação. Somos levados a ela pela educação formal, por acaso, por curiosidade ou pelo desejo de compreender algo, em geral acompanhado por insatisfação e frustração. Finalmente, a experiência de termos aprendido a equação transforma o modo como vemos o mundo, o que, naturalmente, nos enche, ainda que de forma passageira desse sentimento de espanto.

Robert P. Crease em As grandes equações – A história das fórmulas matemáticas mais importantes e os cientistas que as criaram

Você sabe de onde veio o termo equação? Ela nos foi dada ou construída?

Gabarito

1. C
2. E
3. D
4. D
5. C
6. B
7. C
8. D
9. E
10. B

Gabarito “Vem que tem mais”!

Os primeiros seres humanos viviam sem equações e não precisavam delas. Não havia equações no Jardim do Éden, nem na Árvore do Conhecimento. Não havia equações no paraíso sumérico de Dilmun, nem tampouco no Ovo Cósmico que alguns chineses acreditam ter sido usado por P’na Ku para dar origem ao mundo, ou em qualquer dos outros lugares descritos nos mitos de criação. Os seres humanos nem tinham o conceito de equação. Este conceito é uma invenção humana, resultado de nossos esforços para dar sentido ao mundo. E mais: os homens não acordaram certo dia e de repente decidiram que iriam inventar as equações. A necessidade foi surgindo ao longo do tempo, e o conceito de equação, no sentido técnico-científico, só apareceu muito mais tarde na história.

A palavra latina *aequare* significa “tornar plano” ou “tornar nivelado”. Muitas palavras em português vêm dessa raiz, inclusive adequar, equidade, igualdade, equilíbrio, igualitário, equivalência e equívoco. A palavra “equação” a princípio significava apenas “separar em grupos iguais”. O “equador”, por exemplo, é uma linha imaginária, inventada por geógrafos, que separa a Terra em duas partes iguais. Astrólogos medievais usavam a palavra “equação” para se referir à prática de dividir arbitrariamente o caminho do Sol e dos planetas em áreas iguais, cada qual presumivelmente regida por uma constelação.

Enquanto isso, os números e a contagem começavam a se tornar importantes para os homens. Comerciantes usavam ambos em inventários, finanças e orçamentos; autoridades religiosas utilizavam-nos para contar os anos, as estações e ocasiões especiais como nascimentos,

mortes e casamentos; e os governos os empregavam em censos, pesquisas e cobranças de impostos. Isso gerou a necessidade de se criarem símbolos que representassem números e quantidades. No século III AEC*, o matemático Diofanto deu outro passo: usou símbolos para representar quantidades *desconhecidas* e providenciou algumas regras para lidar com essas quantidades, incluindo a subtração e a adição. Ele mostrou não somente como utilizar símbolos para representar um número desconhecido de modo que este número pudesse ser descoberto a partir de outras quantidades conhecidas (algo que é chamado de equação determinada), mas também como os símbolos podiam descrever algo com um conjunto infinito de soluções (uma equação indeterminada ou diofantina). Havia ainda um longo caminho até chegarmos às equações modernas. Até Galileu e Newton expressarem seus importantes resultados – a lei da queda dos corpos de Galileu e as leis de movimento de Newton – em palavras, e não com as equações tão familiares aos estudantes de ciência. Antes do século XVIII, os cientistas naturais ainda não haviam tornado rotineira a prática de expressar suas conclusões na forma de equações como as conhecemos hoje.

Uma longa jornada histórica e conceitual foi necessária para escrever até a mais simples das equações. Em 1910, Alfred North Whitehead e Bertrand Russel, dois dos grandes matemáticos da história, publicaram os *Principia mathematica*, um famoso livro em três volumes que desenvolve os fundamentos da matemática, desde seus conceitos mais primordiais, baseado somente na lógica. Quando a equação $1 + 1 = 2$ aparece pela primeira vez? Bem depois da metade do volume II!

Graças a essa longa jornada, a palavra “equação” acabou por ter um significado técnico, como parte de uma linguagem especialmente construída – referindo-se à afirmação de que duas quantidades mensuráveis, ou dois conjuntos de quantidades mensuráveis, são iguais. (No sentido estrito, então, afirmações expressando desigualdades não são equações.) Nesta linguagem codificada, indispensável para a moderna matemática e para a ciência, os símbolos substituem conjuntos de outras coisas sobre as quais várias operações (adição, subtração, multiplicação e divisão são as mais simples) podem ser feitas.

Desde que essa linguagem técnica especial foi desenvolvida, cada equação possui dois diferentes tipos de descoberta. Cada qual é originalmente descoberta pela primeira pessoa que a formula – quem a introduz na cultura humana. E toda equação é descoberta por aquelas pessoas que a aprendem desde então.

*Abreviação de “antes da Era Comum”, notação que vem substituindo o mais usual a.C. (antes de Cristo), visto que hoje já se sabe que a data do nascimento de Jesus Cristo foi calculada com erro pelos primeiros cronologistas. Quando as datas não forem seguidas pelas letras AEC, isso significa que elas pertencem à Era Comum. (N.T.)

Robert P. Crease em As grandes equações – A história das fórmulas matemáticas mais importantes e os cientistas que as criaram