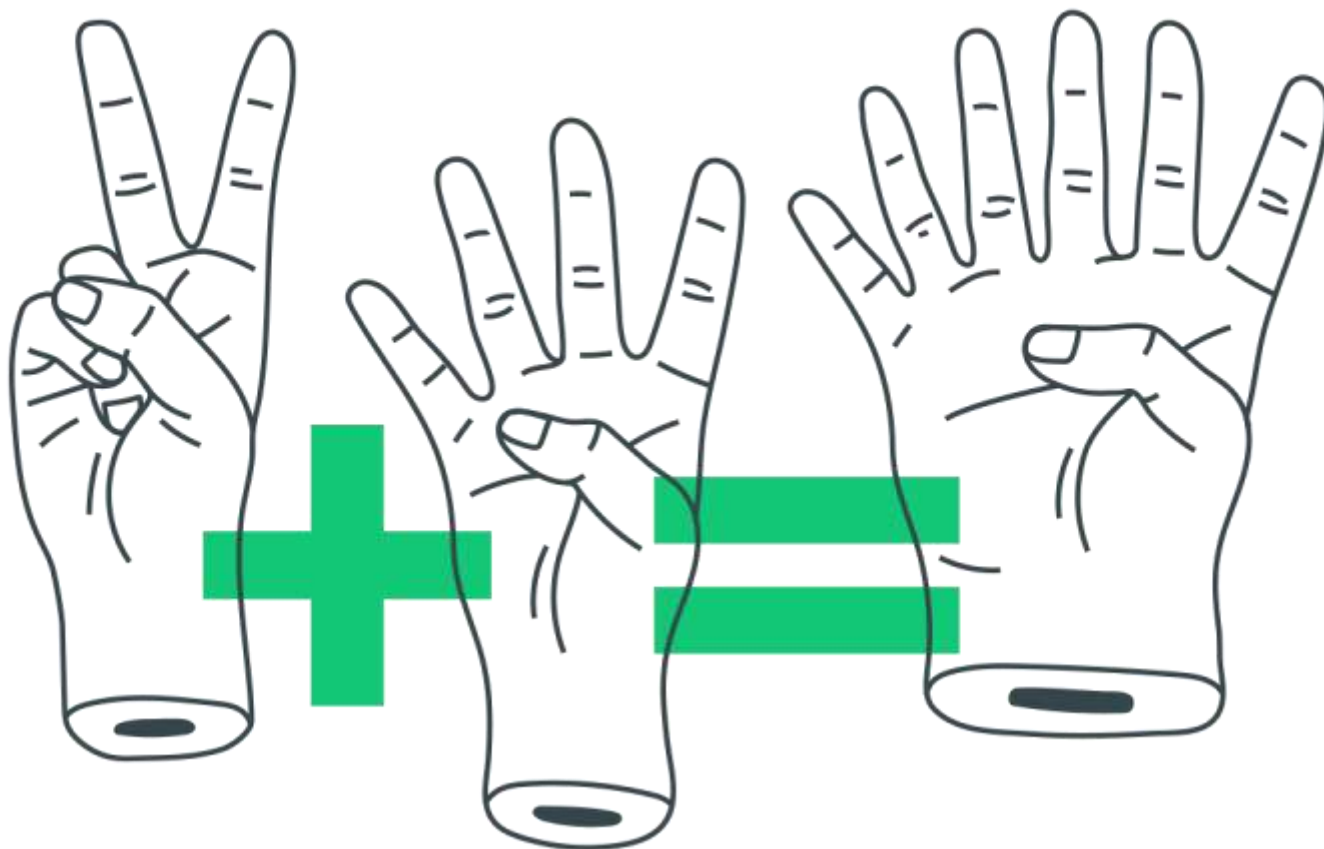


# Progressões de Ordem N



## Progressões de Ordem N

1. (UERJ)

Maurren Maggi foi a primeira brasileira a ganhar uma medalha olímpica de ouro na modalidade salto em distância. Em um treino, no qual saltou  $n$  vezes, a atleta obteve o seguinte desempenho:

- todos os saltos de ordem ímpar foram válidos e os de ordem par inválidos;
- o primeiro salto atingiu a marca de 7,04 m, o terceiro a marca de 7,07 m, e assim sucessivamente cada salto válido aumentou sua medida em 3 cm;
- o último salto foi de ordem ímpar e atingiu a marca de 7,22 m.

Calcule o valor de  $n$

2. (UERJ) Sejam  $a$  e  $b$  dois números reais positivos e  $A$ ,  $G$  e  $H$ , respectivamente, as médias aritmética, geométrica e harmônica desses dois números. Admita que  $a > b$  e que a sequência  $(A, G, H)$  seja uma progressão geométrica de razão  $\sqrt{3}/2$ .  
Determine  $a/b$

3. (UERJ) Na figura, está representada uma torre de quatro andares construída com cubos congruentes empilhados, sendo sua base formada por dez cubos.



Calcule o número de cubos que formam a base de outra torre, com 100 andares, construída com cubos iguais e procedimento idêntico.

4. (UERJ) Uma sequência de três números não nulos ( $a$ ,  $b$ ,  $c$ ) está em progressão harmônica se seus inversos ( $1/a$ ,  $1/b$ ,  $1/c$ ) nesta ordem, formam uma progressão aritmética. As raízes da equação a seguir, de incógnita  $x$ , estão em progressão harmônica.

$$x^3 + mx^2 + 15x - 25 = 0$$

Considerando o conjunto dos números complexos, apresente todas as raízes dessa equação.

5. Dadas as sequências:

$$a_n = n^2 + 4n + 4,$$

$$b_n = 2^{n^2},$$

$$c_n = a_{n+1} - a_n$$

$$d_n = \frac{b_{n+1}}{b_n},$$

definidas para valores inteiros positivos de  $n$ , considere as seguintes afirmações:

- I.  $a_n$  é uma progressão geométrica;
- II.  $b_n$  é uma progressão geométrica;
- III.  $c_n$  é uma progressão aritmética;
- IV.  $d_n$  é uma progressão geométrica.

São verdadeiras apenas:

- a) I, II e III.
- b) I, II e IV.
- c) I e III.
- d) II e IV.
- e) III e IV.

## Gabarito

1. Gabarito Oficial:

**Em centímetros  $\rightarrow 704, 707, 710, \dots, 722$**

$$722 - 704 = 18 \Rightarrow 18 \div 3 = 6 \text{ aumentos de } 3 \text{ cm} \Rightarrow 2$$

7 saltos de ordem ímpar com 6 de ordem par  $\Rightarrow n = 13$  saltos

2. Gabarito Oficial:

$$A = \frac{a+b}{2}, G = \sqrt{ab} \quad \text{e} \quad H = \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{2ab}{a+b}$$

A sequência (A, G, H) é uma P.G. de razão  $q = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

$$G = A \times \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sqrt{ab} = \frac{a+b}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$ab = \frac{3(a+b)^2}{16} \Rightarrow 16ab = 3(a^2 + 2ab + b^2) \Rightarrow 3a^2 - 10ab + 3b^2 = 0$$

$$\Rightarrow a = \frac{10b \pm \sqrt{(-10b)^2 - 4 \times 3 \times (3b^2)}}{2 \times 3} = \frac{10b \pm \sqrt{100b^2 - 36b^2}}{6} = \frac{10b \pm 8b}{6}$$

$$\Rightarrow a = 3b \quad \text{ou} \quad a = \frac{2}{3}b$$

$a$  e  $b$  são números reais positivos com  $a > b$ , logo:  $\frac{a}{b} = 3$ .

3. Gabarito Oficial:

No exemplo da torre com quatro andares, a base é composta por  $1 + 2 + 3 + 4 = 10$  cubos. No caso de uma torre com 100 andares, a base é composta por  $1 + 2 + 3 + \dots + 100 =$

$$= \frac{(1 + 100) \times 100}{2} = 101 \times 50 = 5050 \text{ cubos.}$$

4. Gabarito Oficial:

Se  $a$ ,  $b$  e  $c$  são as raízes, então  $\frac{2}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{c} \Rightarrow 2ac = bc + ab$ .

$$ac + \underbrace{ab + bc} = 15 \Rightarrow ac + 2ac = 15 \Rightarrow ac = 5 \text{ e } ab + bc = 10$$

$$abc = 25 \Rightarrow b = 5 \Rightarrow a + c = 2$$

A equação  $x^2 - 2x + 5 = 0$  possui raízes  $a$  e  $c$ ; portanto,  $x = 1 \pm 2i$ .

Assim, as raízes são  $\{5; 1 + 2i; 1 - 2i\}$ .

5. Como temos uma PA, podemos dizer que:

$$a_n = a_{n-1} + r$$

Termo geral de uma PA:

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

Já na PG, temos:

$$a_{n+1} = a_n \cdot q$$

Assim, analisando cada caso, temos:

I)  $a_n = n^2 + 4n + 4 \Leftrightarrow a_n = (n + 2)^2$  não satisfaz a fórmula geral para PA nem para PG.

II)  $b_n = 2n^2$  não é PA nem PG

III)  $c_n = a_n + 1 - a_n = (n + 3)^2 - (n + 2)^2 \Leftrightarrow c_n = 2n + 5 \Rightarrow (c_n) = (7; 9; 11; \dots)$  é uma progressão aritmética de razão 2.

IV)  $d_n$  é uma progressão geométrica de razão 4.

Logo, Letra E.