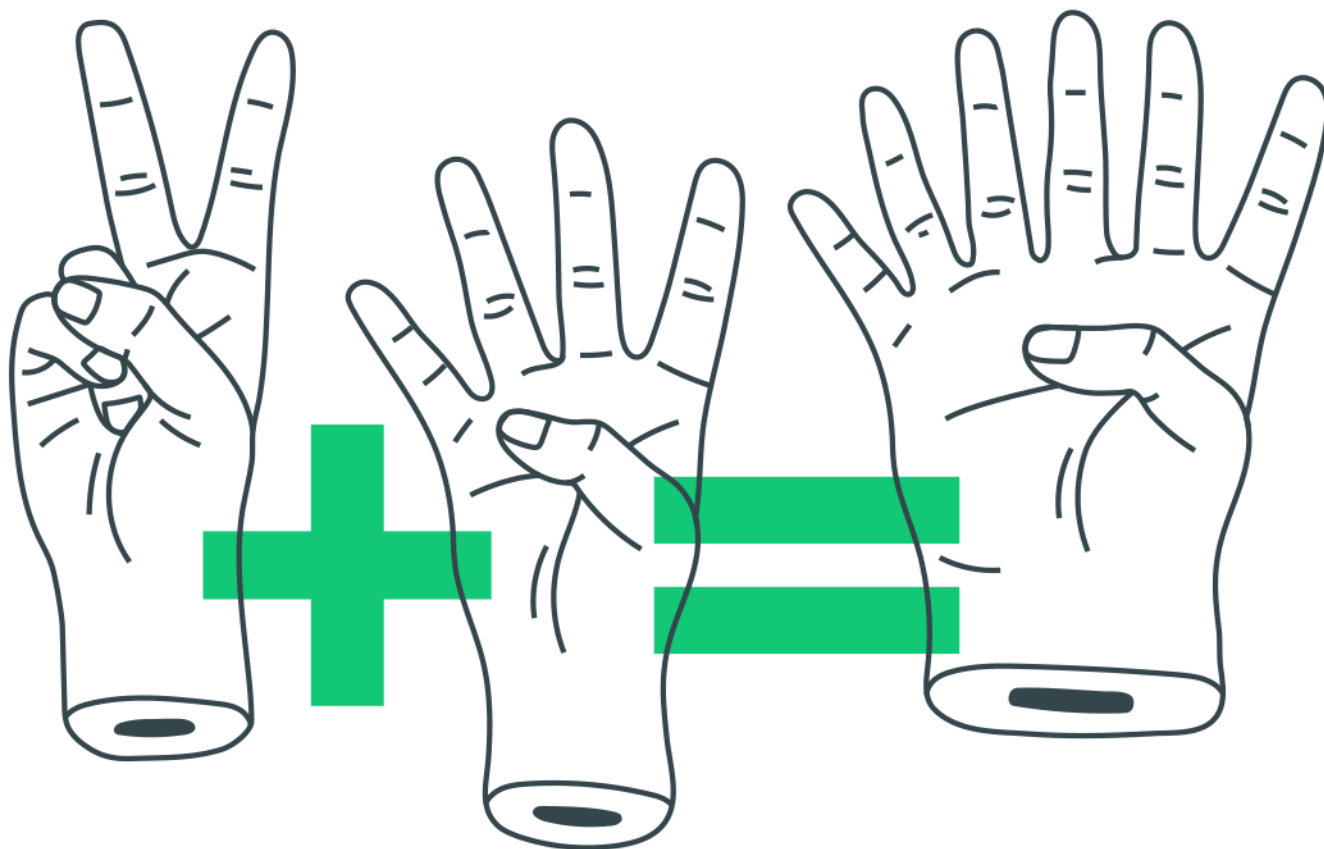


Logaritmos



Logaritmos

1. Ao digitar corretamente a expressão $\log_{10}(-2)$ em uma calculadora, o retorno obtido no visor corresponde a uma mensagem de erro, uma vez que esse logaritmo não é um número real. Determine todos os valores reais de x para que o valor da expressão $\log_{0,1}(\log_{10}(\log_{0,1}(x)))$ seja um número real.

2. Calcule o menor valor inteiro de n tal que $2^n > 5^{20}$, sabendo que $0,3 < \log_{10} 2 < 0,302$.

3. Considere a equação:

$$(\log_2 x)^2 - \log_{\sqrt[3]{2}} x = 0 \quad \text{com } x > 0$$

Um aluno apresentou o seguinte desenvolvimento para a solução dessa equação:

$$\begin{aligned}(\log_2 x)^2 &= \log_{\sqrt[3]{2}} x \\(\log_2 x)^2 &= 3(\log_2 x) \\(\log_2 x) &= 3 \\x &= 2^3 \\x &= 8 \\S &= \{8\}\end{aligned}$$

O conjunto-solução encontrado pelo aluno está incompleto.
Resolva a equação e determine corretamente o seu conjunto-solução.

4. A função $L(x) = ae^{bx}$ fornece o nível de iluminação, em luxes, de um objeto situado a x metros de uma lâmpada.

a) Calcule os valores numéricos das constantes a e b , sabendo que um objeto a 1 metro de distância da lâmpada recebe 60 luxes e que um objeto a 2 metros de distância recebe 30 luxes.

b) Considerando que um objeto recebe 15 luxes, calcule a distância entre a lâmpada e esse objeto.

5. Seja k um número real positivo e diferente de 1. Se $\left(2^{k-1}\right)^3 = (\log_{\sqrt{5}} k)(\log_k 5)$ então $15k+7$ é igual a:

Gabarito

1. $\log_{0,1}(\log_{10}(\log_{0,1}(x)))$ é um número real nas seguintes condições:

(I)

$$x > 0$$

(II)

$$\log_{0,1}(x) > 0$$

$$\log_{0,1}(x) > \log_{0,1}(1)$$

$$x < 1$$

(III)

$$\log_{10}(\log_{0,1}(x)) > 0$$

$$\log_{0,1}(x) > 1$$

$$\log_{0,1}(x) > \log_{0,1}(0,1)$$

$$x < 0,1$$

Com base em (I), (II) e (III), para que o valor da expressão seja um número real, $0 < x < 0,1$.

$$2^n > 5^{20} \Leftrightarrow \log_{10} 2 > \log_{10} 5^{20} \Leftrightarrow n \cdot \log_{10} 2 > 20 \cdot \log_{10} 5 \Leftrightarrow n \log_{10} 2 > 20(1 - \log_{10} 2) \Leftrightarrow n > 20 \left(\frac{1}{\log_{10} 2} - 1 \right)$$

2. para 0,3 $\rightarrow n = 20 \cdot \left(\frac{1}{0,3} - 1 \right) \approx 46,6$

para 0,302 $\rightarrow n = 20 \cdot \left(\frac{1}{0,302} - 1 \right) \approx 46,2$

logo o menor n inteiro = 47

3. As duas primeiras linhas da resolução do aluno estão corretas e podem ser obtidas utilizando-se propriedades operatórias dos logaritmos. Em seguida, deixando todas as variáveis no primeiro membro da equação e fatorando-a, obtém-se:

$$(\log_2 x)(\log_2 x - 3) = 0$$

Resolvendo a nova equação, encontra-se:

$$\log_2 x = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$\log_2 x - 3 = 0 \Rightarrow \log_2 x = 3 \Rightarrow x = 8$$

$$S = \{1; 8\}$$

$$L(x) = ae^{bx}. \quad 60 = ae^b. \quad 30 = ae^{2b}.$$

$$e^b = \frac{1}{2}. \text{ Logo, } b = \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln(2) \cong -0,693.$$

$$60 = \frac{1}{2}a. \text{ Assim, } a = 120.$$

4. a)

$$120e^{-\ln(2)x} = 15. \text{ Assim, } e^{-\ln(2)x} = \frac{1}{8} \Rightarrow -\ln(2)x = -3\ln(2). \text{ Por-}$$

tanto, $x = 3$.

b) Resposta: a lâmpada dista 3 metros do objeto.

5. Mudando a base para 10 fica

$$2^{3k-3} = \frac{\log k}{\log \sqrt{5}} \cdot \frac{\log 5}{\log k} \Leftrightarrow 2^{\frac{\log k}{\log \sqrt{5}} \cdot \frac{\log 5}{\log k}}.$$
$$\Leftrightarrow 2^{3k-3} = 2 \Leftrightarrow 3k-3 = 1 \rightarrow k = \frac{4}{3}$$

$$\text{Assim } 15k+7 = 27$$