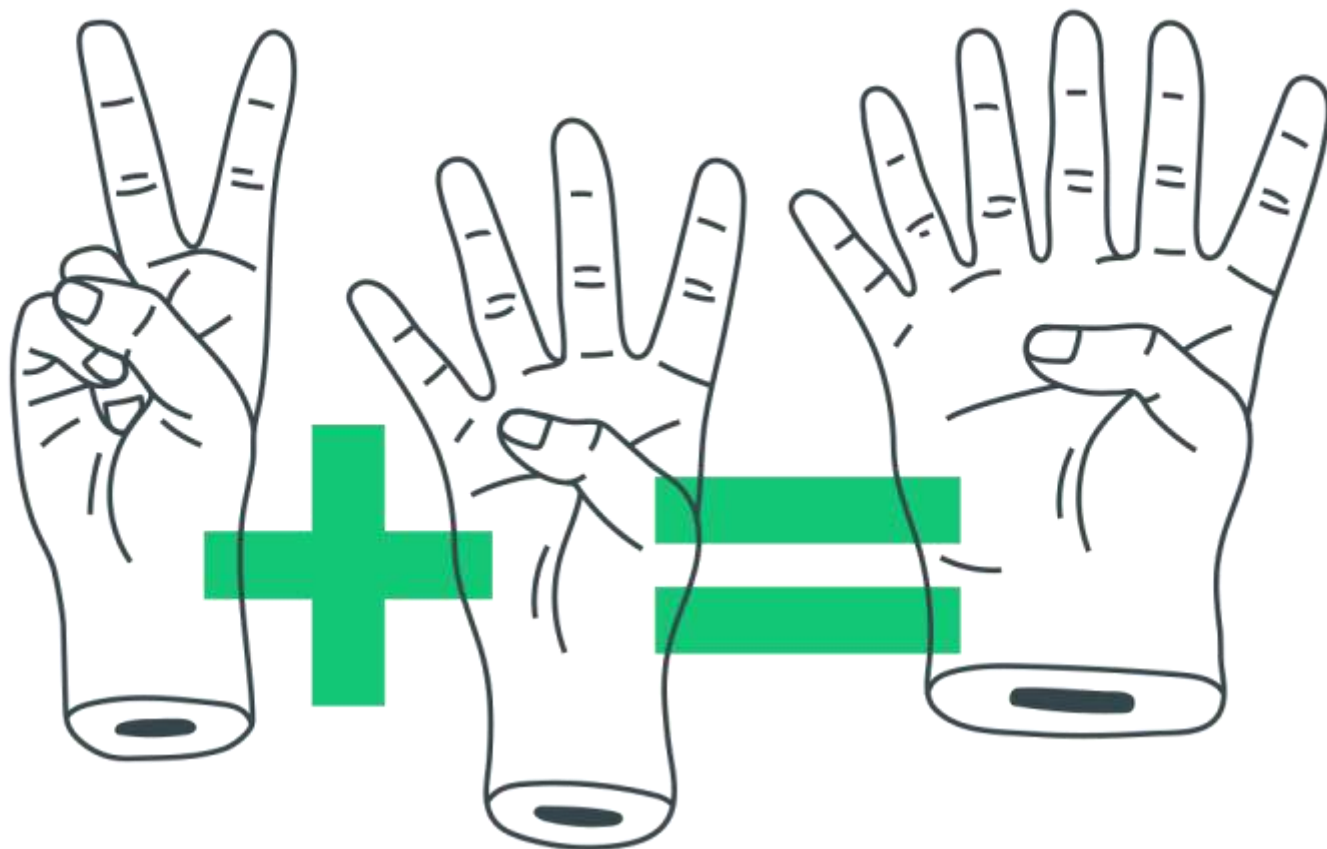


# Função Modular e Regiões no Plano



## Função Modular e Regiões no Plano

1. Para enviar mensagens sigilosas substituindo letras por números, foi utilizado um sistema no qual cada letra do alfabeto está associada a um único número  $n$ , formando a sequência de 26 números ilustrada na tabela:

Letra	A	B	C	D	E	...	W	X	Y	Z
Número $n$	1	2	3	4	5	...	23	24	25	26

Para utilizar o sistema, cada número  $n$ , correspondente a uma determinada letra, é transformado em um número  $f(n)$ , de acordo com a seguinte função:

$$f(n) = \begin{cases} 2n + 3, & \text{se } 1 \leq n \leq 10 \\ 50 - n, & \text{se } 11 \leq n \leq 26 \end{cases}, \text{ na qual } n \in \mathbb{N}$$

As letras do nome ANA, por exemplo, estão associadas aos números [1 14 1]. Ao se utilizar o sistema, obtém-se a nova matriz  $[f(1) \ f(14) \ f(1)]$ , gerando a matriz código [5 36 5].

Considere a destinatária de uma mensagem cujo nome corresponde à seguinte matriz código: [7 13 5 30 32 21 24]. Identifique esse nome.

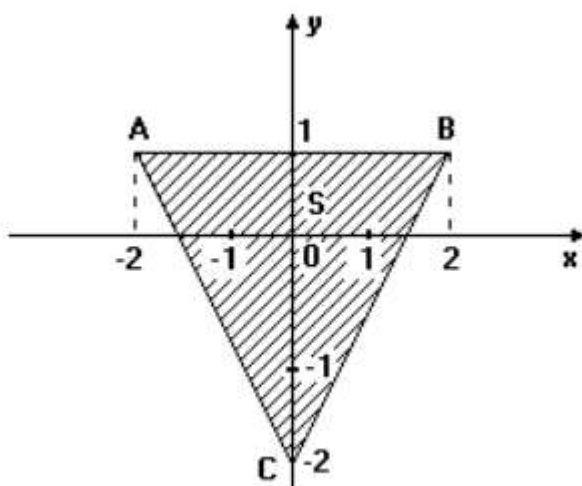
2. O volume de água em um tanque varia com um tempo de acordo com a equação  $V = 10 - |4 - 2T| - |2T - 6|$ ,  $T \in \mathbb{R}^+$ . Nela  $V$  é medido em  $m^3$  após  $t$  horas, contadas a partir de 8 h da manhã. Determine o horário final e inicial da manhã em que o volume permanece constante.

3. a) Esboce, para  $x$  real, o gráfico da função  $f(x) = |x-2| + |2x+1| - x - 6$ . O símbolo  $|a|$  indica o valor absoluto de um número real  $a$  e é definido por  $|a| = a$ , se  $a \geq 0$  e  $|a| = -a$ , se  $a < 0$ .

b) Para que valores reais de  $x$ ,  $f(x) > 2x + 2$ ?

4. A interseção dos gráficos das funções  $f$  e  $g$  definidas por  $f(x) = |x|$  e  $g(x) = 1 - |x|$  os quais são desenhados no mesmo sistema de coordenadas cartesianas, determina um polígono. A área desse polígono é:

5. Seja  $S$  a região do plano cartesiano representada pelo triângulo  $ABC$  e seu interior.



Determine um sistema de inequações que caracterize os pontos  $(x,y)$  pertencentes a  $S$ .

## Gabarito

1. (Oficial UERJ) Quando  $1 \leq n \leq 10$ , tem-se  $5 \leq f(n) \leq 23$  e quando  $11 \leq n \leq 26$ , tem-se  $24 \leq f(n) \leq 39$ . Então, a matriz  $[7, 13, 5, 30, 32, 21, 24]$  é igual a:

$$[f(n_1) \ f(n_2) \ f(n_3) \ f(n_4) \ f(n_5) \ f(n_6) \ f(n_7)]$$

$$f(n_1) = 7 \Rightarrow 2n_1 + 3 = 7 \Rightarrow n_1 = 2 \Rightarrow B$$

$$f(n_2) = 13 \Rightarrow 2n_2 + 3 = 13 \Rightarrow n_2 = 5 \Rightarrow E$$

$$f(n_3) = 5 \Rightarrow 2n_3 + 3 = 5 \Rightarrow n_3 = 1 \Rightarrow A$$

$$f(n_4) = 30 \Rightarrow 50 - n_4 = 30 \Rightarrow n_4 = 20 \Rightarrow T$$

$$f(n_5) = 32 \Rightarrow 50 - n_5 = 32 \Rightarrow n_5 = 18 \Rightarrow R$$

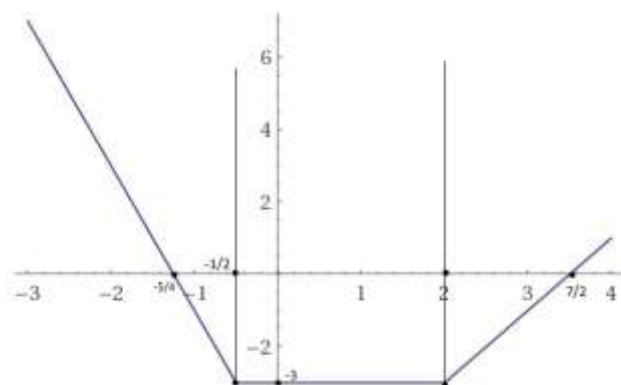
$$f(n_6) = 21 \Rightarrow 2n_6 + 3 = 21 \Rightarrow n_6 = 9 \Rightarrow I$$

$$f(n_7) = 24 \Rightarrow 50 - n_7 = 24 \Rightarrow n_7 = 26 \Rightarrow Z$$

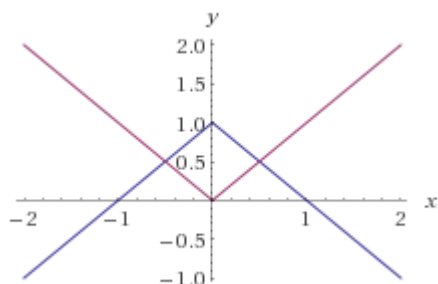
O nome da destinatária é Beatriz.

2.  $0 \leq t < 2 \Rightarrow V = 10 - (4 - 2t) - (-2t + 6) = 4t$   
 $2 \leq t < 3 \Rightarrow V = 10 - (-4 + 2t) - (-2t + 6) = 8$   
 $t \geq 3 \Rightarrow V = 10 - (-4 + 2t) - (2t - 6) = 20 - 4t$   
 Entre 10h e 11h.

3. a) Para  $x < -1/2 \Rightarrow f(x) = -4x - 5$   
 Para  $-1 \leq x < 2 \Rightarrow f(x) = -3$   
 Para  $x \geq 2 \Rightarrow 2x - 7$



- b) a raiz de  $g(x)$  é  $-1$  logo  $2x + 2 = -4x - 5 \Rightarrow x = -7/6$  assim  $f(x) < g(x)$  para  $x < -7/6$
4. Fazendo a interseção dos gráficos com  $f(x) = g(x) \Rightarrow |x| = 1 - |x| \Rightarrow |x| = 1/2 \Rightarrow x = 1/2$  ou  $x = -1/2$



Para saber o lado do quadrado aplicaremos Pitágoras com  $l^2 = (1/2)^2 + (1/2)^2 \Rightarrow l^2 = 1/2$

5. A reta BC é  $y = 3x/2 - 2 = 3x - 2y - 4 \leq 0$  a reta AC é  $y = -3x/2 - 2 = 3x + 2y - 4 \geq 0$  e AB  $y \leq 1$ . Logo a região é
- $$\begin{cases} 3x - 2y - 4 \leq 0 \\ 3x + 2y - 4 \geq 0 \\ y \leq 1 \end{cases}$$