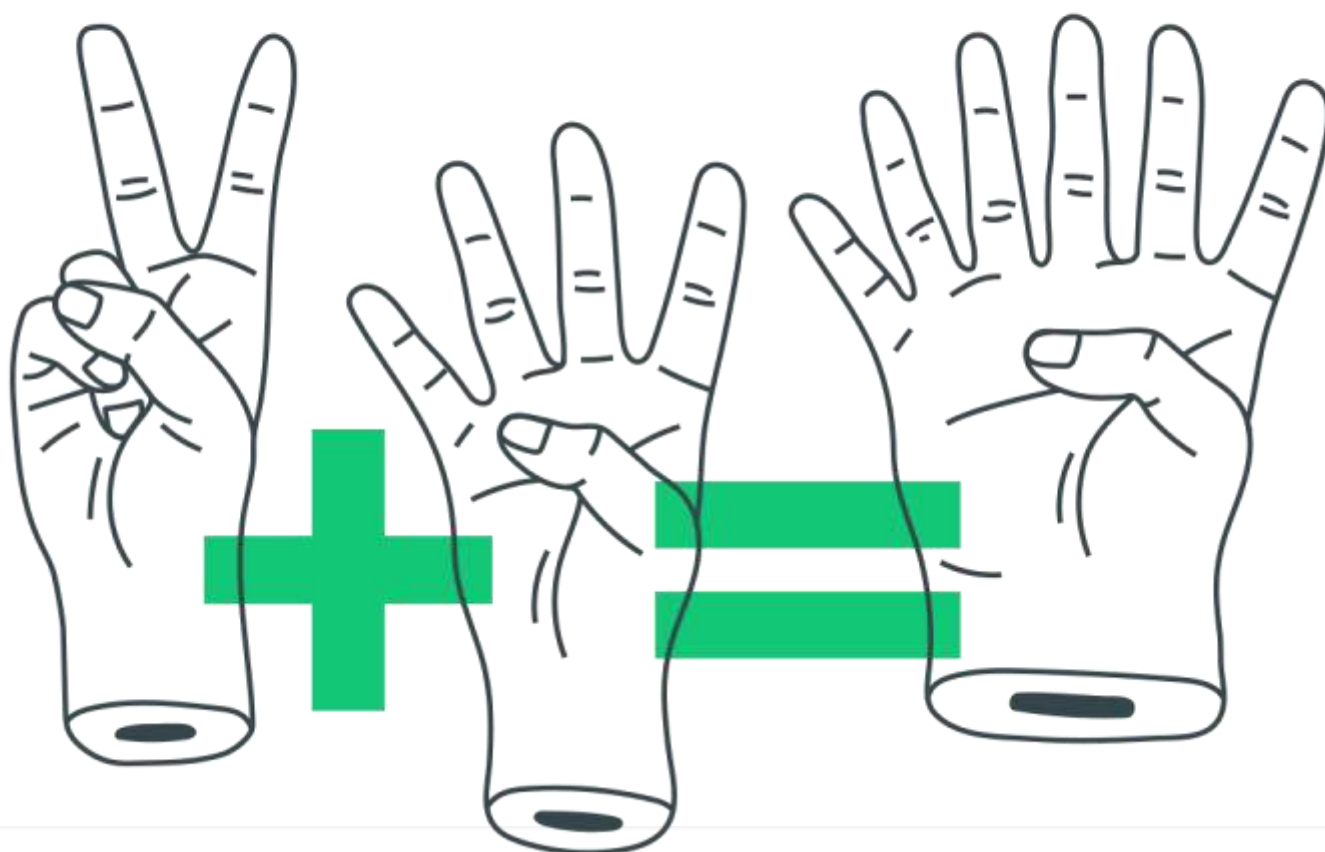


# Combinatória



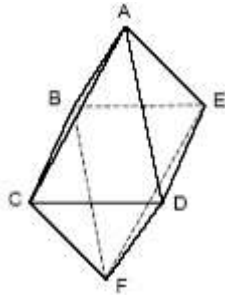
## Combinatória

1. Um lotação possui três bancos para passageiros, cada um com três lugares, e deve transportar os três membros da família Sousa, o casal Lúcia e Mauro e mais quatro pessoas. Além disso,

1. a família Sousa quer ocupar um mesmo banco;
2. Lúcia e Mauro querem sentar-se lado a lado.

Nessas condições, calcule o número de maneiras distintas de dispor os nove passageiros no lotação.

2. Considere o octaedro ABCDEF, representado ao lado. Nele, um besouro se desloca ao longo das suas arestas, do ponto A ao ponto F, de modo que não passa por qualquer dos vértices mais de uma vez. De quantos modos diferentes ele pode fazer isso?



3. Três empresas devem ser contratadas para realizar quatro trabalhos distintos em um condomínio. Cada trabalho será atribuído a uma única empresa e todas elas devem ser contratadas. De quantas maneiras distintas podem ser distribuídos os trabalhos?

4. Em uma equipe de basquete, a distribuição de idades dos seus jogadores é a seguinte:

idade	Nº de jogadores
22	1
25	3
26	4
29	1
31	2
32	1

---

Será sorteada, aleatoriamente, uma comissão de dois jogadores que representará a equipe junto aos dirigentes.

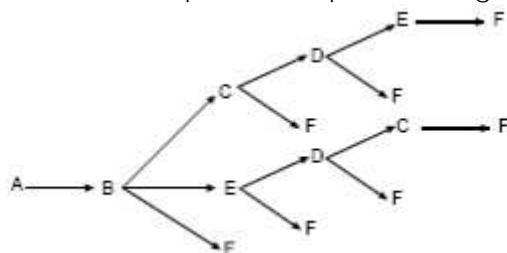
- a) Quantas possibilidades distintas existem para formar esta comissão?
- b) Qual a probabilidade da média de idade dos dois jogadores da comissão sorteada ser estritamente menor que a média de idade de todos os jogadores?

5. Calcule a quantidade de números inteiros positivos de 8 algarismos, formados somente pelos algarismos 1, 2 e 3, nos quais números cada um destes algarismos aparece pelo menos uma vez.

## Gabarito

1. Os 3 membros da família Souza podem sentar-se em 3 bancos, de  $3!$  formas possíveis em cada banco  
Os namorados podem sentar-se em 2 bancos, em 2 posições por banco de  $2!$  formas possíveis em cada posição  
Os 4 restantes podem sentar-se de  $4!$  formas possíveis nos lugares restantes  
Logo,  $3.3!.2.2.2!.4! = 3456$ .

2. Do ponto A o besouro pode alcançar os pontos B, C, D e E, na primeira etapa. Vejamos quantos caminhos, saindo de A e passando por B, chegam até F:



- Logo, há 7 caminhos diferentes saindo de A, passando por C, até F; há 7 caminhos diferentes saindo de A, passando por D, até F; há 7 caminhos diferentes saindo de A, passando por E, até F. Então, há  $7.4 = 28$  caminhos diferentes de A para F.
3. Uma das 3 empresas fará 2 trabalhos. Assim, podemos ter as seguintes distribuições de trabalhos:  
AABC, ABAC, .... = 12 possibilidades de a empresa A fazer os 2 trabalhos  
BBAC, BABC, .... = 12 possibilidades de a empresa B fazer os 2 trabalhos  
CCBA, CBCA, .... = 12 possibilidades de a empresa C fazer os 2 trabalhos  
Totalizando 36 trabalhos.
4. a)  $C_{12,2} = 66$  duplas  
b) A média de idade dos jogadores é 27, portanto qualquer dupla formada entre os 8 que têm menos de 27 anos terá média inferior a 27. Com isso, são  $C_{8,2} = 28$  duplas. Além dessas, temos mais 1 formado pelo atleta de 29 anos e pelo de 22 anos, e mais duas, formadas por um atleta de 31 anos e o de 22. Assim,  $28 + 1 + 2$  são 31 duplas com média de idade inferior a 27 anos, portanto a probabilidade é  $P = 31/66$
- 5.

O total de números de oito algarismos que podemos formar com três dígitos distintos é  $3^8$ . Dentre estes, estão alguns números em que aparecem apenas dois dos dígitos e outros números em que aparece apenas um dos dígitos, os quais devem ser excluídos, pois no problema nos interessa somente os números em que cada um dos dígitos apareça pelo menos uma vez. A quantidade de números onde aparecem exatamente dois dos três dígitos é  $3 \cdot (2^8 - 2)$ , pois podemos ter 3 combinações de 3 dígitos (1,2; 1,3 e 2,3) e para cada uma dessas 3 combinações, existem  $2^8$  possibilidades de se colocar os 2 dígitos. Dentre estas 28, duas têm apenas um dígito e devem ser excluídas, daí o  $2^8 - 2$ . A quantidade de números onde aparece somente um dos dígitos é 3 (11 111 111, 22 222 222, 33 333 333). Então, a resposta do problema é  $3^8 - 3 \cdot (2^8 - 2) - 3$ , isto é,  $3^8 - 3 \cdot 2^8 + 3$ .