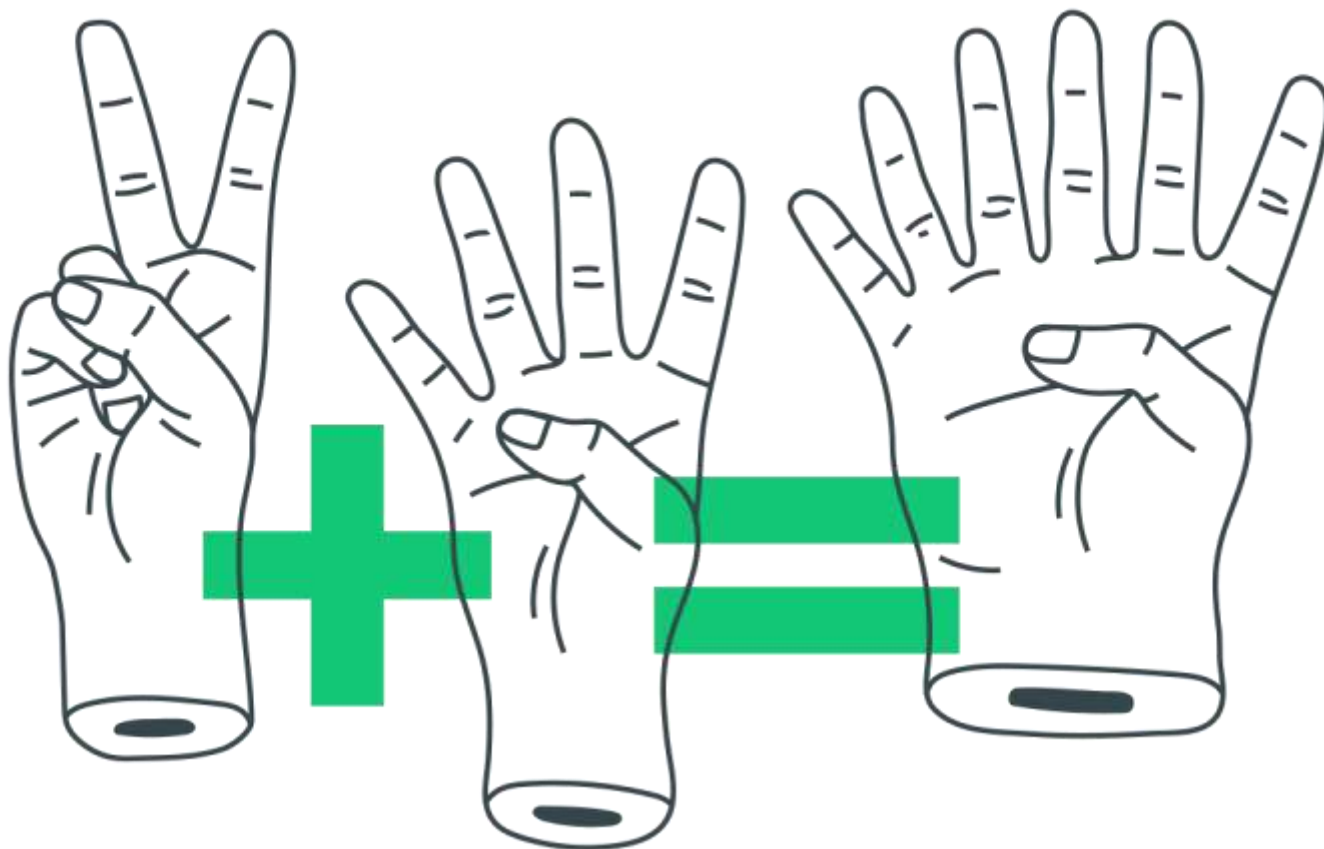


Trigonometria: Linhas Trigonométricas



Trigonometria: Linhas trigonométricas

1. (FUVEST) Qual o menor valor de $\frac{1}{3 - \cos x}$, com x real?
2. (FUVEST-SP) O dobro do seno de um ângulo α onde temos $0 < \alpha < \pi/2$, é igual ao triplo do quadrado de sua tangente. Logo, qual o valor do seu cosseno?
3. (UF VIÇOSA) Sabendo que $\operatorname{sen} x = \frac{1}{3}$ e $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, o valor de $\frac{\cos \sec x - \sec x}{\cot gx - 1}$ é:
4. (PUC) O arco que tem medida x em radianos é tal que $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ e $\operatorname{tg} x = -\sqrt{2}$. Calcule o valor do seno de x .
5. (UFRGS) Se o ponteiro menor de um relógio percorre um arco de $\frac{\pi}{12}$ radianos, que arco ponteiro maior percorre?

Gabarito

1.

O menor valor da fração ocorre quando $(3 - \cos x)$ for o maior possível. Logo $\cos x = -1$. Assim,
 $\text{Min} \left(\frac{1}{3 - \cos x} \right) = \frac{1}{3 - (-1)} = \left(\frac{1}{4} \right)$

2. $2\sin(\alpha) = 3\text{tg}^2(\alpha)$

Sabendo que $\text{tg}(\alpha) = \sin(\alpha)/\cos(\alpha)$, substituímos e chegamos a

$$2\sin(\alpha) = 3\sin^2(\alpha)/\cos^2(\alpha)$$

$$3\sin^2(\alpha) = 2\sin(\alpha)\cos^2(\alpha)$$

$$3\sin(\alpha) = 2\cos^2(\alpha)$$

Se, pela relação fundamental, $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$, então $\cos^2(\alpha) = 1 - \sin^2(\alpha)$. Então, substituindo e fazendo $x = \sin(\alpha)$:

$$3\sin(\alpha) = 2 - 2\sin^2(\alpha)$$

$$3x = 2 - 2x^2$$

$$2x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$x = \{-2, 1/2\}$$

Como $x = \sin(\alpha)$, o único valor válido é $x = 1/2$. Agora que sabemos o valor de $\sin(\alpha)$, usamos esse valor na equação que achamos anteriormente:

$$3\sin(\alpha) = 2\cos^2(\alpha)$$

$$3/2 = 2\cos^2(\alpha)$$

$$\cos^2(\alpha) = 3/4$$

$$\cos(\alpha) = \sqrt{3}/2$$

3.

$$\begin{aligned} \operatorname{sen} x &= \frac{1}{3}, \text{ assim } \boxed{\operatorname{cosec} x = 3} \\ \operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x &= 1 \Rightarrow \cos^2 x = 1 - \operatorname{sen}^2 x \Rightarrow \\ \Rightarrow \cos^2 x &= 1 - \frac{1}{9} \Rightarrow \cos x = \pm \sqrt{\frac{8}{9}} \\ \text{Como } \frac{\pi}{2} < x < \pi, \text{ então:} \\ \cos x &= -\sqrt{\frac{8}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3} = \sec x = \frac{-3}{2\sqrt{2}} = \boxed{-\frac{3\sqrt{2}}{4}} \\ \operatorname{tg} x &= \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} = \frac{\frac{1}{3}}{-\frac{2\sqrt{2}}{3}} = -\frac{1}{2\sqrt{2}} = \boxed{\operatorname{cotg} x = -2\sqrt{2}} \\ \operatorname{cosec} x - \sec x &= \frac{3 - \left(-\frac{3\sqrt{2}}{4}\right)}{-2\sqrt{2} - 1} = \frac{3 + \frac{3\sqrt{2}}{4}}{-2\sqrt{2} - 1} = \\ &= \frac{12 + 3\sqrt{2}}{-2\sqrt{2} - 1} \cdot \frac{(-2\sqrt{2} + 1)}{(-2\sqrt{2} + 1)} = \boxed{-\frac{3\sqrt{2}}{4}} \end{aligned}$$

4.

$$\begin{aligned} \begin{cases} \sec^2 x = 1 + \operatorname{tg}^2 x \\ \operatorname{tg} x = -\sqrt{2} \end{cases} \\ \sec^2 x &= 1 + (-\sqrt{2})^2 \\ \sec^2 x &= 1 + 2 \\ \sec^2 x &= 3 \\ \sec x &= \sqrt{3} \Rightarrow \cos x = \frac{1}{\sqrt{3}} = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{3}} \\ \operatorname{tg} x &= \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} \Rightarrow \frac{\operatorname{sen} x}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = -\sqrt{2} \Rightarrow \operatorname{sen} x = -\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \Rightarrow \boxed{\operatorname{sen} x = -\frac{\sqrt{6}}{3}} \end{aligned}$$

5. Em graus a medida percorrida pelo menor corresponde a 15° . Esse valor corresponde à metade da distância entre dois números consecutivos. O tempo para percorrer essa distância pelo menor é de meia hora. Enquanto isso o ponteiro maior dá meia volta completa, isto é, 180° .

Logo, o ponteiro maior percorre $180^\circ \rightarrow \pi rad$. Resultado também obtido pela regra de três simples em relação ao ponteiro grande.

$$\begin{cases} 2\pi rad & \rightarrow & 60 \text{ min} \\ x & \rightarrow & 30 \text{ min} \end{cases} \Rightarrow x = \frac{(30)(2\pi rad) \text{ min}}{60 \text{ min}} = \frac{(60)(\pi rad) \text{ min}}{60 \text{ min}} = \pi rad$$