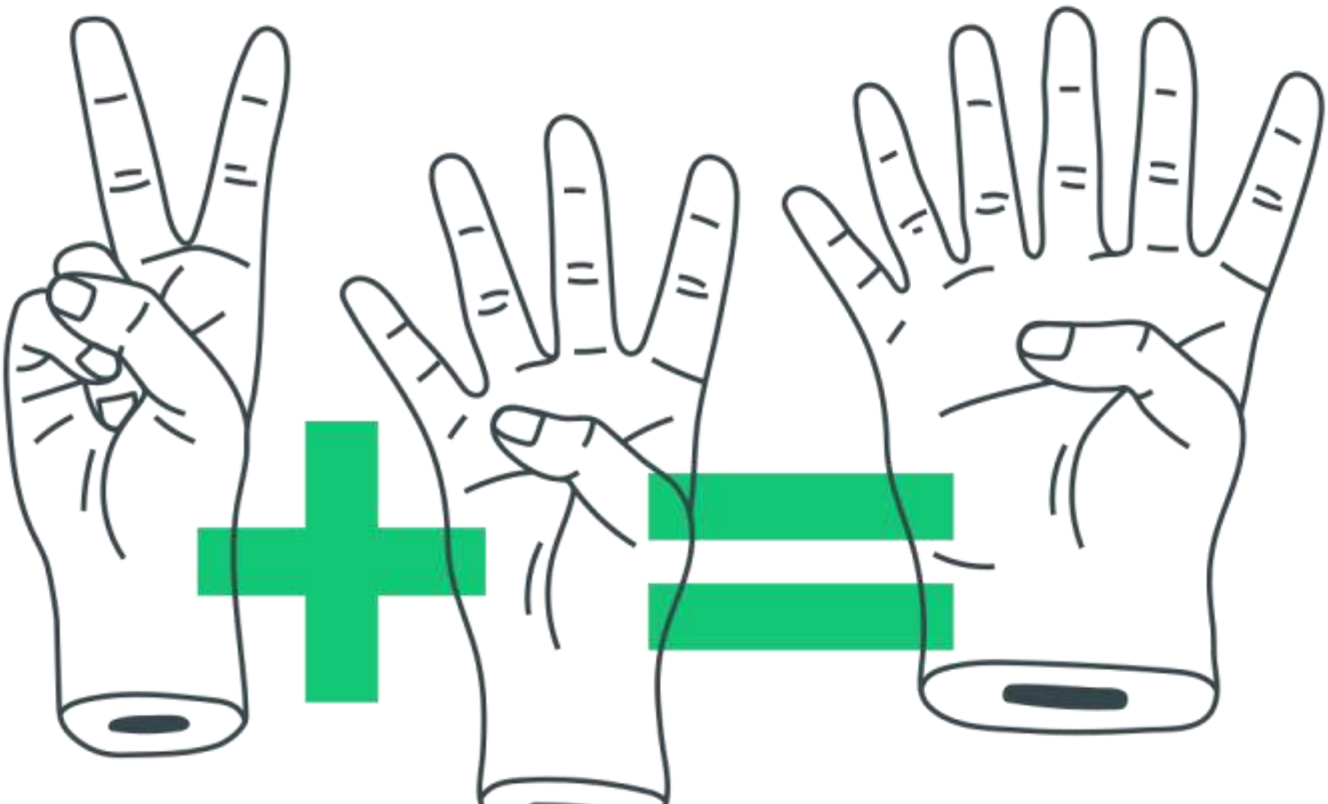
Matemática I

PC Sampaio
(Allan Pinho)
17.11.2016

AULA AO VIVO

Trigonometria: Funções Inversas



Trigonometria: Funções Inversas

1. Determine o valor de y tal que y = tg(arcsen 2/3)

2. Sendo y = sen(arc tg 3/4), então qual o valor de 1 – y²

3. Qual valor de x satisfaz a equação sen(arccotg(1 + x)) = cos(arctg(x))?

4. Seja $\operatorname{arcsen} x + \operatorname{arcsen} y + \operatorname{arcsen} z = \frac{3\pi}{2}$, onde x, y e z são números reais pertencentes ao intervalo [–1,1]. Determine o valor de $x^{100} + y^{100} + z^{100} - \frac{9}{x^{101} + y^{101} + z^{101}}$.

5. Sendo y = sen(arccos(1/2)), no intervalo [0,π], determine o valor de 2.sen(45°) – 2y.

Gabarito

1. Seja w = arcsen 2/3. Podemos escrever senw = 2/3. Precisamos calcular o cosw. Vem:
   $sen^2w + cos^2w = 1$ (Relação Fundamental da Trigonometria).
   Substituindo o valor de senw vem:
   $(2/3)^2 + cos^2w = 1$ de onde conclui-se: $cos^2w = 1 – 4/9 = 5/9$.
   Logo:
   cosw =
   $\pm\sqrt{5} / 3$. Mas como w = arcsen 2/3, sabemos que o arco w pode variar de
   –90º a +90º, intervalo no qual o coseno é positivo. Logo: cosw = $+\sqrt{5}/3$.
   Temos então: y = tg(arcsen 2/3) = tgw = senw / cosw = $[(2/3) / (\sqrt{5}/3)] = 2/\sqrt{5}$
   Racionalizando o denominador, vem finalmente y = $(2\sqrt{5})/5$ que é o valor
   de y procurado.
2. Seja w = arc tg 3/4. Podemos escrever:
   tgw = 3/4 Þ senw / cosw = 3/4 Þ senw = (3/4).cosw
   Da relação fundamental da Trigonometria, sen2w + cos2w = 1, vem, substituindo o valor de senw:
   [(3/4).cosw]2 + cos2w = 1 \ 9/16.cos2w + cos2w = 1 \ 25/16 . cos2w = 1
   cos2w = 16/25 Þ cosw = ± 4/5.
   Como w = arctg 3/4, sabemos da definição da função arco tangente que w varia no intervalo
   –90º a +90º , intervalo no qual o coseno é positivo.
   Logo, cosw = + 4/5.
   Mas, senw = (3/4).cosw = (3/4).(4/5) = 3/5 , e portanto:
   y = sen(arctg 3/4) = senw = 3/5
   Assim, $1 – y^2 = 1 – 9/25 = 16/25$.
3. Desenvolvendo a igualdade, temos:

$sen(arccotg(1 + x)) = cos(arctg(x))$

1. $arctgx = \alpha \Rightarrow tg\alpha = x \Leftrightarrow \cos(arctg(x)) = \cos\alpha$

$tg\alpha = \dfrac{sen\alpha}{\cos\alpha} = x \Rightarrow \boxed{\cos\alpha = \dfrac{sen\alpha}{x}}$

2. $arc\cot g(1+x) = \beta \Rightarrow \cot g\beta = 1 + x \Leftrightarrow sen(arc\cot g(1+x)) = sen\beta$

$\cot g\beta = \dfrac{\cos\beta}{sen\beta} = x+1 \Rightarrow \boxed{sen\beta = \dfrac{\cos\beta}{x+1}}$

3. $sen\beta = \cos\alpha \Rightarrow \dfrac{\cos\beta}{x+1} = \dfrac{sen\alpha}{x} \Rightarrow x\cos\beta = xsen\alpha + sen\alpha \Rightarrow x^2\cos^2\beta = x^2sen^2\alpha + 2xsen^2\alpha + sen^2\alpha$

$x^2 \cdot (1 - sen^2\beta) = x^2sen^2\alpha + 2xsen^2\alpha + sen^2\alpha \Rightarrow x^2 \cdot (1 - \cos^2\alpha) = x^2sen^2\alpha + 2xsen^2\alpha + sen^2\alpha$

4. $sen\alpha \neq 0$ porque senão, teríamos uma indeterminação. Sendo assim, temos que:

$x^2 \cancel{sen^2\alpha} = x^2 \cancel{sen^2\alpha} + 2x\cancel{sen^2\alpha} + \cancel{sen^2\alpha} \Rightarrow \cancel{x^2} = \cancel{x^2} + 2x + 1 \Rightarrow 2x = -1 \Leftrightarrow \boxed{x = -\dfrac{1}{2}}$

4. Devemos saber que $-\dfrac{\pi}{2} \leq \arcsin \leq \dfrac{\pi}{2}$, a única forma para termos $\dfrac{3\pi}{2}$ será quando os arcos assumirem seu máximo valor. Assim vamos ter, $\arcsin x = \arcsin y = \arcsin z = \dfrac{\pi}{2}$.

Logo,
$x = \sin\dfrac{\pi}{2}$
$x = 1$

Desta forma temos,
$x = y = z = 1$

Portanto,
$x^{100} + y^{100} + z^{100} - \dfrac{9}{x^{101} + y^{101} + z^{101}} = 3 - \dfrac{9}{3} = \boxed{0}$

5. Sendo u = arccos(1/2), então cos(u) = ½
Assim, u = π/3. Como y = sen(u), então, y = sen π/3 = √3/2
Sen(45°) = √3/2, assim, 2.sen45 – 2y = 0.