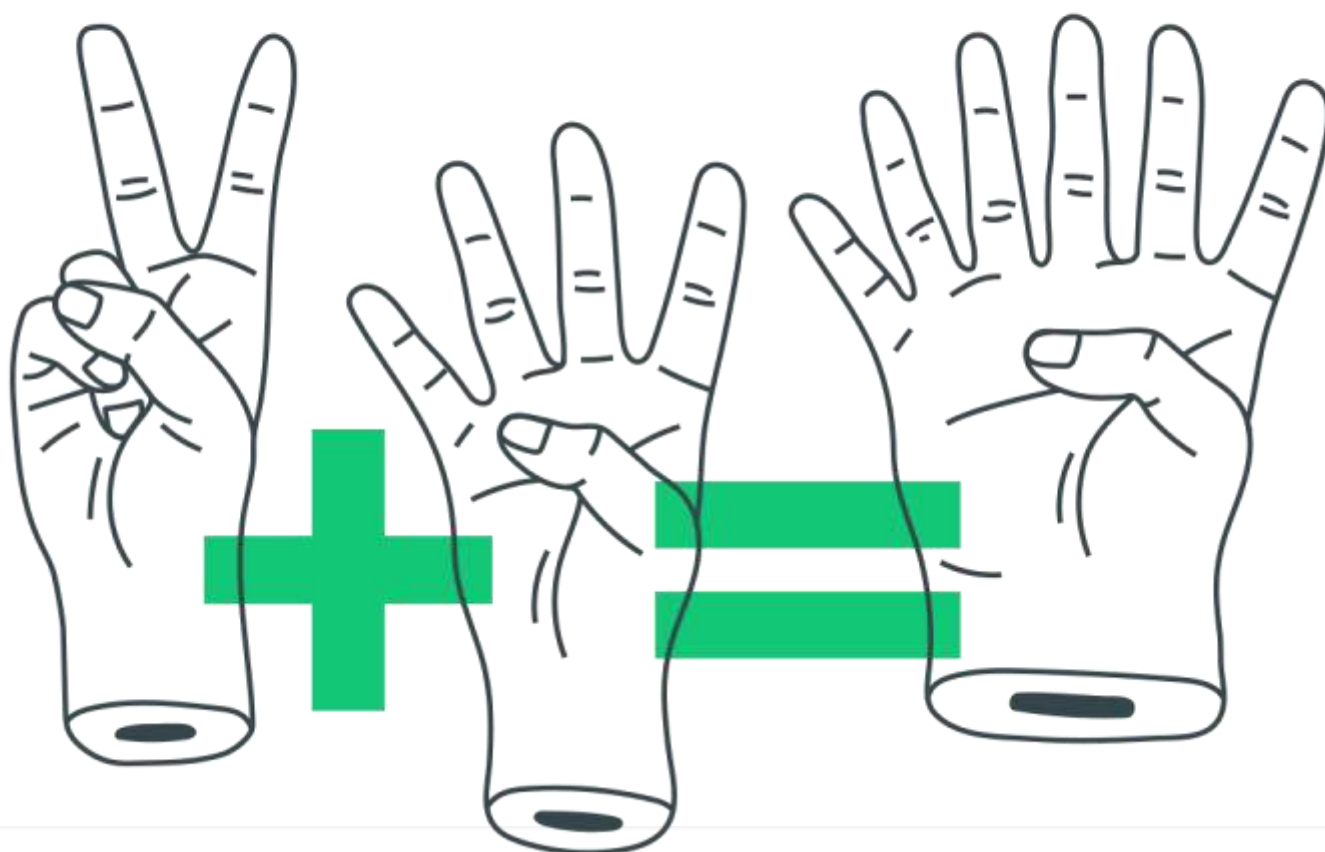


# Progressão Aritmética de 2ª Ordem



## Progressão Aritmética de 2ª Ordem

1. Qual é o primeiro termo negativo da PA:  $(60, 53, 46, \dots)$ ?

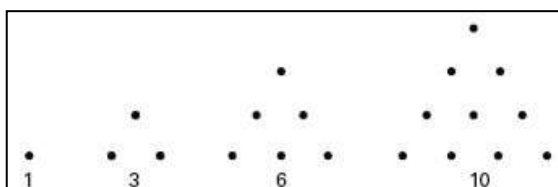
2. Dois ciclistas estão em fases distintas de preparação. O técnico desses atletas elabora um planejamento de treinamento para ambos, estabelecendo o seguinte esquema:

- ciclista 1: iniciar o treinamento com 4 km de percurso e aumentar, a cada dia, 3 km a mais para serem percorridos;
- ciclista 2: iniciar o treinamento com 25 km de percurso e aumentar, a cada dia, 2 km a mais para serem percorridos.

Sabendo-se que esses ciclistas iniciam o treinamento no mesmo dia e que o término desse treinamento se dá quando os atletas percorrem a mesma distância em um mesmo dia, pode-se afirmar que, ao final do treinamento, o ciclista 1 percorre uma distância total de quantos km?

3. Dada a progressão aritmética,  $(13, 20, \dots)$ . Então, calcule a soma desde o 30º até o 42º termo.

4. “Números triangulares” são números que podem ser representados por pontos arranjados na forma de triângulos equiláteros.



E conveniente definir 1 como o primeiro número triangular. Apresentamos a seguir os primeiros números triangulares. Se  $T_n$  representa o  $n$ -ésimo número triangular, então  $T_1 = 1$ ,  $T_2 = 3$ ,  $T_3 = 6$ ,  $T_4 = 10$ , e assim por diante. Qual o valor de  $T_{100}$ ?

---

5. Uma competição esportiva é realizada de  $n$  em  $n$  anos ( $n$  inteiro e maior que 1). Sabe-se que houve competição nos anos de 1931, 1959 e 1994. Qual a próxima data desta competição?

## Gabarito

$$1. \begin{cases} a_n = 60 + (n-1).(-7) \\ a_n < 0 \end{cases} \Rightarrow 60 - 7n + 7 < 0 \Rightarrow -7n < -67 \Rightarrow 7n > 67 \Rightarrow n > \frac{67}{7} \cong 9,57$$

$$2. \begin{cases} \text{Ciclista 1: } a_n = 4 + (n-1).3 = 4 + 3n - 3 = 3n + 1 \\ \text{Ciclista 2: } b_n = 25 + (n-1).2 = 25 + 2n - 2 = 2n + 23 \end{cases} \dots \text{Se } a_n = b_n \Rightarrow 3n + 1 = 2n + 23 \Rightarrow n = 22$$

$$\text{Ciclista 1: } a_{22} = 3(22) + 1 = 66 + 1 = 67$$

$$\text{Distância(Ciclista 1): } S_{22} = \frac{(4 + 67).22}{2} = (71).(11) = 781$$

$$3. \begin{cases} a_{30} = 13 + (30-1).7 = 13 + (29).7 = 13 + 203 = 216 \\ a_{42} = 13 + (42-1).2 = 13 + (41).(7) = 13 + 287 = 300 \end{cases} \Rightarrow 300 = 216 + (n-1).7 \Rightarrow n-1 = \frac{300-216}{7} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n-1 = \frac{84}{7} \Rightarrow n-1 = 12 \Rightarrow n = 13$$

$$S = \frac{(216 + 300).13}{2} = \frac{(516).13}{2} = (258).(13) = 3354$$

4. Podemos escrever essa situação da seguinte forma:

$a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n$ : PA de 2ª ordem.

$b_1, b_2, \dots, b_{n-1}$ : PA de 1ª ordem.

$$a_2 - a_1 = b_1$$

$$a_3 - a_2 = b_2$$

$$a_4 - a_3 = b_3$$

.....

$$a_n - a_{n-1} = b_{n-1}$$

$$\text{Assim, temos: } a_n - a_1 = \frac{(b_1 + b_{n-1}).(n-1)}{2} \Rightarrow a_n = a_1 + \frac{(b_1 + b_{n-1}).(n-1)}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{Logo: } \begin{cases} a_{100} = 1 + \frac{(2 + b_{100-1}) \cdot (100 - 1)}{2} = 1 + \frac{(2 + b_{99}) \cdot 99}{2} \\ b_{99} = 2 + (99 - 1) \cdot 1 = 2 + 98 = 100 \end{cases} &\Rightarrow a_{100} = 1 + \frac{(2 + 100) \cdot 99}{2} = 1 + \frac{(102) \cdot 99}{2} \Rightarrow \\ &\Rightarrow a_1 = 1 + (51) \cdot (99) = 1 + 5049 = 5050 \end{aligned}$$

5. Como o intervalo entre 1931 e 1959 é de 28 anos e entre 1994 e 1994 é 35 anos. O próximo ano deve ser um número divisor comum de 28 e 35. Os divisores de 28 são: 1, 2, 4, 7, 14 e 28. Os divisores de 35 são: 1, 5, 7 e 35. O divisor comum maior que 1 é o 7. Logo as competições ocorrem de 7 em 7 anos. Após 1994 teríamos competições em: 2001, 2008, 2015,... Logo, o próximo ano será 2001.