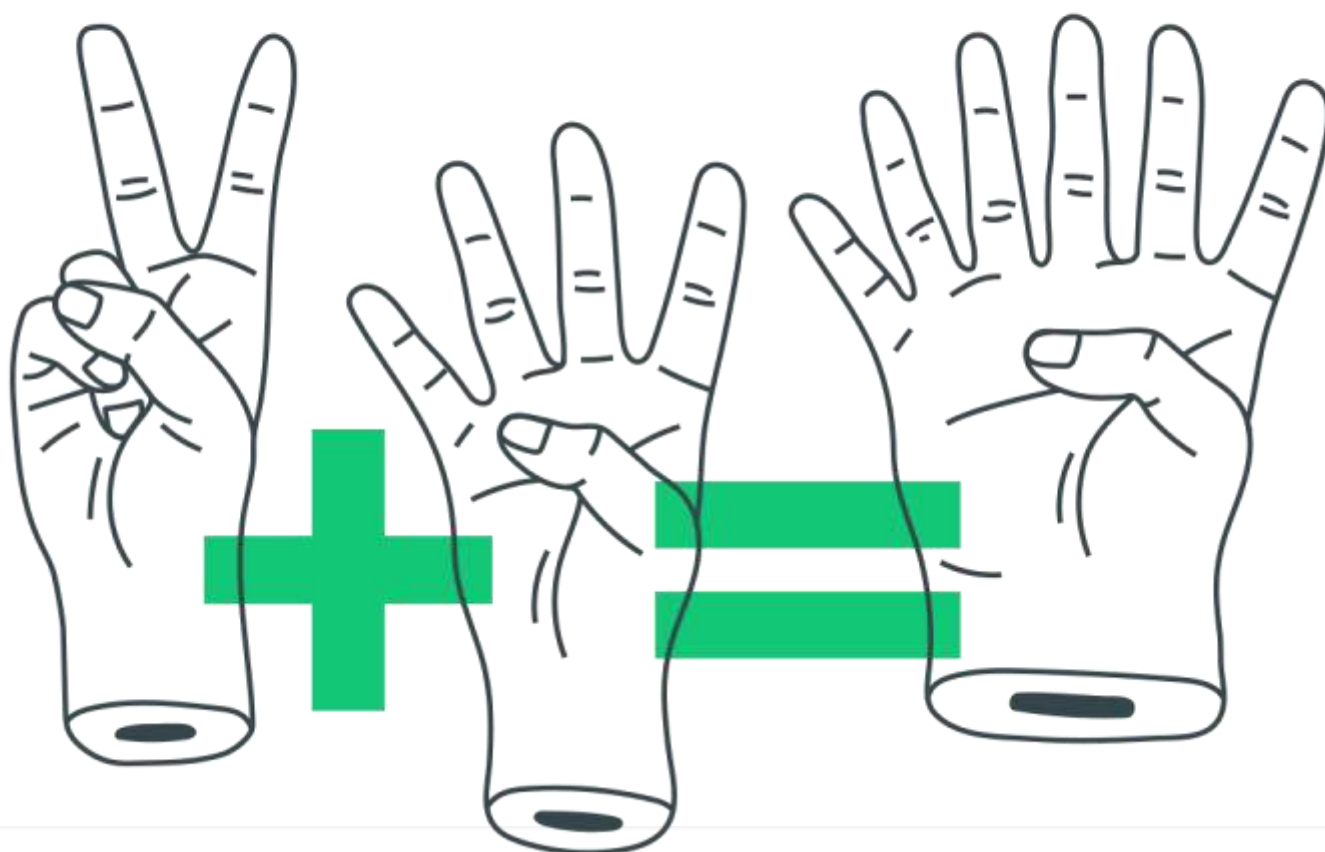


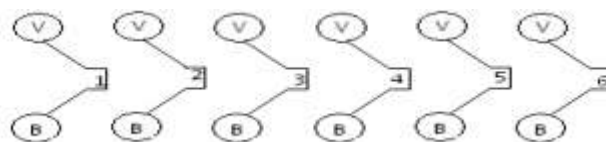
# Combinatória: Tópicos Especiais I



## Combinatória: Tópicos Especiais I

1. Podendo escolher entre 5 tipos de queijo e 4 marcas de vinho, de quantos modos é possível fazer um pedido num restaurante, com duas qualidades de queijo e 3 garrafas de vinho?

2. Deseja-se transmitir sinais luminosos de um farol, representado pela figura abaixo. Em cada um dos seis pontos de luz do farol existem uma lâmpada branca e uma vermelha. Sabe-se que em cada ponto de luz não pode haver mais de uma lâmpada acesa e que pelo menos três pontos de luz devem ficar iluminados. Determine o número total de configurações que podem ser obtidas.



3. Um exame vestibular se constitui de 10 provas distintas, 3 das quais da área de Matemática. Determine de quantas formas é possível programar a sequência das 10 provas, de maneira que duas provas da área de Matemática não se sucedam.

4. Dos 33 alunos de uma turma, seis serão escolhidos para participar de um debate em uma mesa circular. Antônio, Felipe, Camila e Milena só irão se forem juntos; de tal forma que Camila e Milena vão sentar lado a lado e o Antônio e o Felipe nunca irão sentar lado a lado à mesa. De quantas maneiras distintas podem se sentar?

5. Um grupo constituído por 4 mulheres e 4 homens deve ocupar as 8 cadeiras dispostas ao redor de uma mesa circular. O grupo deve ser acomodado de modo que cada homem sente entre 2 mulheres. João e Maria estão no mesmo grupo de pessoas, entretanto por motivos de ordem estritamente pessoal não podem sentar-se lado a lado.

Duas acomodações das pessoas ao redor da mesa são consideradas diferentes quando pelo menos uma das pessoas não tem vizinho à direita, nas duas acomodações. Determine o número de diferentes acomodações possíveis dessas 8 pessoas ao redor da mesa circular.

## Gabarito

1. Escolheremos os dois tipos de queijo, entre os 5 disponíveis (distintos ou não). Isto será igual a:

$$CR_{5,2} = P_6^{4,2} = \frac{6!}{4! \cdot 2!} = 15$$

Agora vamos escolher 3 garrafas entre os 4 vinhos disponíveis, assim:

$$CR_{4,3} = P_6^{3,3} = \frac{6!}{3! \cdot 3!} = 20$$

Logo, o número de pedidos de queijo e vinho, da acordo como proposto na questão, será dado por  $15 \times 20 = 300$ .

2. Como pelo menos três pontos de luz devem ficar iluminados, devemos escolher 3, 4, 5 ou 6 pontos de luz de um total de 6 e, em cada um deles, temos duas cores a serem escolhidas: vermelha ou branca. Com isso o total de possibilidades é dado pela soma de  $C_{6,n} \cdot 2^n$ , **com esse “n” variando de 3 a 6. Assim:**

$$C_{6,3} \cdot 2^3 + C_{6,4} \cdot 2^4 + C_{6,5} \cdot 2^5 + C_{6,6} \cdot 2^6 = 656 \text{ configurações diferentes.}$$

3. São 3 provas de Matemática e 7 provas quaisquer (Q1, Q2, ..., Q7). Inicialmente, iremos dispor as provas que não sofrem restrições.

\_\_ Q1 \_\_ Q2 \_\_ Q3 \_\_ Q4 \_\_ Q5 \_\_ Q6 \_\_ Q7 \_\_

Temos 8 lugares ( \_\_ ) para colocar as 3 provas de Matemática e isso pode ser feito de  $C_{8,3} = 56$ . Devemos, agora, permutar a ordem das 7 provas quaisquer e as 3 de Matemática. Assim, temos  $56 \cdot 7! \cdot 3! = 1693440$  possibilidades de programar a seqüência dessas 10 provas.

4. Podemos formar a mesa das seguintes formas:

Seis alunos em que não constem os quatro alunos citados. Logo escolhemos 6 de 29 e permutamos circularmente esses alunos:  $C_{29}^6 \times (6-1)! = C_{29}^6 \times 5! = C_{29}^6 \times PC(6)$ .

Seis alunos com os quatro alunos citados. Logo, serão escolhidos mais dois dentre os 29 restantes. Há  $C_{29}^2$  formas de fazê-lo. Uma vez escolhidos temos as exigências.

Como Camila e Milena estão sempre juntas, funcionam como uma pessoa só, podendo trocar entre si de posição. Logo há  $(5-1)! \times 2! = PC(5) \times 2$  casos.

Antônio e Felipe não podem ficar juntos. Então o número de casos será o número total menos o número em que ficam juntos. Além das duas amigas, temos os dois juntos

Logo seriam  $(4-1)! \times 2! \times 2! = PC(4) \times 4$  (os fatoriais são Camila-Milena e troca; Antonio-Felipe e troca). O número de casos onde os meninos não estão juntos é:

$$PC(5) \times 2 - PC(4) \times 4$$

Assim, temos  $C_{29}^6 \times 5! + C_{29}^2 \times (PC(5) \times 2 - PC(4) \times 4)$

5. Fixando a posição de João para iniciar. Ao seu lado poderão ter 3 mulheres, já que Maria não se senta ao lado de João. Maria poderá ter ao lado três homens, que poderão ter ao lado três mulheres. Maria poderá ter ao lado dois homens, que poderão ter ao lado duas mulheres, que só poderão sentar-se ao lado de um homem, que poderá sentar-se ao lado de uma mulher.

Observando as únicas possibilidades de posição para Maria, fixada a posição de João, temos as possíveis situações:

J 3 3 M 2 2 1 1

ou então,

J 3 3 2 2 M 1 1

Isso ocorre porque a posição 2 e a posição 8 são vetadas para Maria.

Logo,  $2(3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1) = 2 \cdot 36 = 72$